# Untersuchungen über die Bewegung des Planeten (13) Egeria.

## Inaugural-Dissertation

zur

**Erlangung der Doktorwürde**

genehmigt

von der Philosophischen Fakultät

der

Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Von

Joseph H. Hoelling

aus Weitmar, Kreis Bochum.

Tag der Promotion: 15. März 1907.

Referenten:

Professor Dr. Bauschinger.

Professor Dr. Struve.

Abdruck aus »Astronomische Abhandlungen,
als Ergänzungshefte zu den Astronomischen Nachrichten
herausgegeben von Prof. Dr. H. Kreutz«, Nr. 12.

Druck von C. Schaidt in Kiel.

# Einleitung.

Egeria, der dreizehnte unter den kleinen Planeten wurde am 2. November 1850 von Annibale de Gasparis auf der Sternwarte auf Capodimonte bei Neapel entdeckt. Der Planet gehört weder zu den für die Erkenntnis von Konstanten des Sonnensystems wichtigen, noch zu den für den theoretischen Astronomen besonders interessanten Asteroiden: er kommt dem Jupiter nicht so nahe, daß eine Bestimmung der Masse desselben, und bleibt der Erde zu fern, als daß eine Berechnung der Sonnenparallaxe aus der Verwertung seiner Beobachtungen sich lohnen würde. Mit einer mittleren täglichen Bewegung von 858″ gehört Egeria zum Amphitrite-Typus der Hauptgruppe des Planetoidenringes (Bauschinger, Geschichte und Statistik der kleinen Planeten, Vf. R. I. 16, S. 8); von der nächsten Stelle, wo eine strenge Kommensurabilität der mittleren Planetenbewegung mit der des Jupiter stattfindet ($\mu = 897''$, $\mu' : \mu = 1/3$) ist sie noch weit entfernt.

Und doch ist und bleibt die Egeria unter den kleinen Planeten einer der am meisten genannten, seit P. A. Hansen an ihr seine in den Abhandlungen der Kgl. S. Gesellschaft der Wissenschaften veröffentlichte bekannte Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten exemplifiziert hat; zum erstenmal waren hier die analytischen Störungsausdrücke für einen Asteroiden in aller Strenge und Vollständigkeit, d. h. auch die der II. Ordnung, aufgestellt und bald darauf (1867) tabuliert worden: »Tafeln der Egeria mit Zugrundelegung der in den Abhandlungen der Kgl. S. Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig veröffentlichten Störungen dieses Planeten berechnet und mit einleitenden Aufsätzen versehen von P. A. Hansen« (VIII. Band der Abh. der math.-phys. Klasse, Nr. IV, 1867). Ich werde diese Schrift im folgenden als »E.-T.« zitieren.

Die Hansen damals bekannten Beobachtungen, bis zur Erscheinung 1865, dienten ihm, in 10 Normalörter vereinigt, vor endgültiger Formulierung der Tafeln zu einer Bahnverbesserung, deren Resultat die Theorie in einer der Messungsgenauigkeit vollkommen entsprechenden Übereinstimmung mit dem Himmel zeigte. Nach den Tafeln wurden bis 1883 regelmäßig ausführliche Oppositionsephemeriden im Berl. Jahrbuch veröffentlicht, die auch eine beträchtliche Anzahl von Beobachtungen in dieser Zeit veranlaßt haben. In den folgenden 12 Jahren sind leider keine Beobachtungen der Egeria mehr gemacht worden, erst 1895, 1898 und 1904 finden sich wieder vereinzelte Messungen.

Die Übereinstimmung der Tafeln mit den Messungen, die, wie erwähnt, von 1850–65, dem Zeitraum der Hansenschen Bahnverbesserung, eine sehr befriedigende war, bleibt auch noch ein und einhalb Jahrzehnt später ziemlich gewahrt, die Abweichungen steigen auf etwas mehr als 10″ in beiden Koordinaten. Die im weiteren Verlaufe angestellten Messungen zeigen jedoch immer größer werdende Unstimmigkeiten, deren Betrag ganz bedeutend über das hinausgeht, was nach Hansens Ansicht als äußerster Fehler der Tafeln nach Ablauf von kaum 40 Jahren zu erwarten war: im Jahre 1904 beträgt Beob. — Rechn. geozentrisch rund 100 Bogensekunden in Rektaszension (auf den Äquator bereits reduziert) und etwa 60″ in Deklination.

Die E.-T. sind mit dem Jahre 1900 abgelaufen, die erforderlich gewordene Verlängerung derselben ist für mich die Veranlassung zu den folgenden Untersuchungen gewesen, die auf die Feststellung hinauslaufen, ob, oder wenigstens inwieweit die Widersprüche der Theorie gegen die Messung durch Änderungen der Bahnelemente beseitigt werden können.

Die Ausgleichung, zu der natürlich auch die Hansenschen Bedingungsgleichungen hinzugezogen wurden, zeigt, daß zwar eine nicht unbedeutende Verbesserung durch Elementenkorrektionen erreicht wird, aber keineswegs kann von einer auch nur annähernd guten Darstellung die Rede sein.

Es ist mir nicht gelungen, den jedenfalls in den gegebenen Störungswerten liegenden Grund der großen Restfehler anzugeben[1]). Ich habe festgestellt, daß die von Hansen übernommenen Bedingungsgleichungen keine diese Residuen veranlassenden Ungenauigkeiten enthalten, daß sie vielmehr auch bei weiteren Untersuchungen mit ganz geringfügigen, das Resultat im wesentlichen kaum beeinflussenden Änderungen beibehalten werden können.

Sodann lag der Gedanke nahe, daß die von Hansen nicht berücksichtigten Störungen durch Erde und Venus einen nicht unerheblichen Anteil an den restierenden Unstimmigkeiten haben könnten. Ich habe deshalb die analytischen Ausdrücke dieser Störungen in genügender Vollständigkeit, und zwar nach der Methode von Leverrier entwickelt und gefunden, daß die Einwirkung dieser Planeten auf die Egeria bei weitem nicht Beträge von der hier in Frage kommenden Größenordnung (bis zu mehr als 20″ im geozentrischen Orte) erreicht.

Immerhin glaube ich einen Fingerzeig für die Aufklärung des Sachverhaltes gegeben zu haben, indem ich auseinandersetze, daß die übrig bleibenden Fehler in ihrem zeitlichen Verlaufe Gesetzmäßigkeiten zeigen. Es ist mir nämlich durch Anbringung zweier langperiodischer Störungen der mittleren

[1]) Hansen hat die Egeria-Störungen mit den Bouvardschen Jupiter-Elementen berechnet und nach diesen auch tabuliert. Daß damit jedoch die großen Restfehler weder dem Sinne noch dem Betrage nach erklärt werden können, ersieht man aus einer Vergleichung der Leverrierschen und Bouvardschen heliozentrischen Jupiterkoordinaten, die für einen größeren Zeitraum von J. Coniel in den A. N. 122.1 angegeben ist.

Anomalie gelungen, die Fehlerquadratsumme ganz erheblich zu verringern.

Nach Beendigung der Ausgleichung sind mir noch weitere Beobachtungen aus der Erscheinung 1904 bekannt geworden; diese und auch die während der Opposition 1906 durch mich veranlaßten Beobachtungen an der Berliner Kgl. Sternwarte (Meridiankreis und Refraktor) und an dem Refraktor der Sternwarte in Arcetri bei Florenz, habe ich reduziert, mit strengen Ephemeriden verglichen und zu je einem Normalort vereinigt. Ich füge diese Rechnungen und auch die Differentialquotienten der $\Delta\alpha \cos\delta$ und $\Delta\delta$ nach den Elementen bei, so daß die Hinzuziehung dieser Normalörter zu einer umfassenderen Bahnverbesserung genügend vorbereitet ist. Ich habe von dieser Ausgleichung, in die zweckmäßig als Unbekannte auch empirische Korrektionen der Hauptstörungsglieder einzuführen wären (siehe Schlußbetrachtung), einstweilen Abstand genommen, weil diese beiden Normalörter kaum etwas Erhebliches aussagen können, so lange nicht das Beobachtungsmaterial so vervollständigt ist, daß die Periode wenigstens des größten der erwähnten empirischen Glieder daraus entnommen werden kann. Erst dann läßt sich auch die Amplitude mit einiger Sicherheit aus den verbleibenden Fehlern erkennen. Die von mir angegebenen Werte für Periode und Amplitude sind aus den Beobachtungen 1850–1906 abgeleitet, man sieht jedoch leicht ein, daß diese sich durch weitere Messungsdaten noch beträchtlich ändern können. Es wäre also verfehlt, eine Spekulation über die Genesis dieser Ausdrücke an ihre, von mir angegebenen, numerischen Werte anzuknüpfen.

Ich gebe mich der Hoffnung hin, daß, längst bevor weitere Beobachtungen, die ich durch Veröffentlichung von Oppositionsephemeriden in den A. N. zu veranlassen gedenke, in dem angegebenen Sinne die gesuchte Klarheit gebracht haben, es auf theoretischem Wege gelingt, den Grund und damit die Form dieser Ungleichheiten anzugeben, sei es, daß es sich um Mängel der Theorie oder um noch unbekannte störende Einflüsse von Massen (Planetoidenringmasse?) oder um die Gesamtwirkung der genannten Umstände handelt.

Die Lösung dieser Frage scheint mir auch eine praktische Bedeutung für die Fortführung der Pomona- und Amphitrite-Tafeln zu haben, die ebenfalls jetzt beträchtliche Abweichungen gegen den Himmel zeigen. Die Störungen sind bei ihnen nach derselben Methode wie für die Egeria berechnet, sie gehören ferner auch demselben Typus der kleinen Planeten wie die Egeria an.

Der einzige Planetoid (außer den drei genannten), dessen Störungen inkl. derer der II. Ordnung in bezug auf die Massen abgeleitet sind, ist die Vesta; die Methode, nach der Leveau gearbeitet hat, ist wieder die Hansensche. Die ebenfalls tabulierten Resultate (Paris. Annalen XXII) stimmen jedoch über mehr als 80 Jahre hindurch mit den Beobachtungen sehr befriedigend überein. Es ist allerdings nicht zu vergessen, daß Egeria, Amphitrite und Pomona dem Jupiter wesentlich näher sind als die noch zur Marsgruppe zu zählende Vesta; die Größe der Störungen nimmt bekanntlich mit der III. Potenz der Annäherung an den störenden Körper zu, und daher ist die Vestatheorie von vornherein im Vorteil gegenüber den drei anderen; für Egeria vermehrt noch die mehr als doppelt so große Neigung [$i$(Egeria) = 16° 32′, $i$(Vesta) = 7° 8′] diese Schwierigkeiten. [1])

## § 1. Verzeichnis der Vergleichsterne.

Zu dem hier folgenden Verzeichnis der Sterne, an welche die Egeria mikrometrisch angeschlossen worden ist, bemerke ich: Die Positionen sind auf das mittlere Äquinoktium für den Anfang des betreffenden Beobachtungsjahres bezogen. Sie sind größtenteils aus dem Gesamtkatalog der »Geschichte des Fixsternhimmels« mit gütiger Erlaubnis des Herrn Dr. Ristenpart entnommen; jedoch in sehr vielen Fällen ist der betreffende Katalog selbst noch zum Vergleich herangezogen. Die Bewertung der verschiedenen Beobachtungen geschah unter Benutzung der »Gewichtstafeln für Sternkataloge von A. Auwers« (A. N. 3615-6). Die Reduktion der Koordinaten auf ein gemeinsames System, den neuen Fundamentalkatalog der Astronomischen Gesellschaft, erfolgte durch Anbringung der ebenfalls von Herrn Auwers abgeleiteten, im Ergänzungsheft 7 zu den A. N. veröffentlichten Korrektionen. Neben den aufgeführten Sternkatalogen habe ich, wenn ältere Positionen vorhanden waren, auch diese zur Feststellung von eventueller Eigenbewegung berechnet und verglichen.

| Nr. | Gr. | M. Äqu. | $\alpha$ | $\delta$ | Autorität |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 9.1 | 1867.0 | $6^h\ 7^m\ 9^s.12$ | $+42°\ 44'\ 11''.9$ | AG. Bonn |
| 2 | 6.9 | 1867.0 | 6 11 47.54 | +42 23 41.7 | $\alpha$ $^1/_8$ (4 $Rad_1$ + $Par_3$ + 3 AG.Bonn), $\delta$ $^1/_7$ (2 $Rad_1$ + 2 $Par_3$ + 3 AG.Bonn) |
| 3 | 6.8 | 1867.0 | 6 16 53.70 | +42 1 46.7 | $\alpha$ $^1/_{10}$ (4 $Rad_1$ + $Par_2$ + 5 AG.Bonn), $\delta$ $^1/_8$ (3 $Rad_1$ + $Par_2$ + 4 AG.Bonn) |
| 4 | 9.0 | 1869.0 | 14 54 4.58 | −16 21 55.7 | $^1/_{11}$ (6 $Kam_2$ + 5 Wash. Zon.) |
| 5 | 7.7 | 1869.0 | 14 59 30.49 | −15 58 30.6 | $\alpha$ $^1/_9$ ($Par_2$ + 4 7yr. C. + $Cap_{65}$ + Quét. + 9yr. C. + AG. Wash.), $\delta$ $^1/_9$ (2 7yr. + 2 Qu. + 2 9yr. + 2 AG. Wash. + $Cap_{65}$) |
| 6 | 8.0 | 1869.0 | 15 4 31.28 | −16 6 49.6 | $\alpha$ $^1/_{11}$ (BB.VI + 2 $Par_{2,3}$ + 8 AG.Wash.), $\delta$ $^1/_5$ (2 $Par_{2,3}$ + 3 AG.Wash.) |
| 7 | 7.7 | 1871.0 | 4 42 49.72 | +33 52 4.9 | AG. Leiden |
| 8 | 8.3 | 1879.0 | 2 21 59.66 | +12 12 38.4 | AG. Leipzig I |

[1]) Auch für die Pandora ist von A. Möller eine bis auf Glieder zweiter Ordnung vollständige, allgemeine Störungsrechnung durchgeführt worden (Verhandlungen der schwedischen Akademie, Stockholm 1870 und A. N. 75.233; 89.371; 90.1). Dieselbe hat indessen bisher nur zur Kontrolle der speziellen Störungen gedient. Die Hauptglieder sind später von Bohlin im Recheninstitut tabuliert worden. Die genäherten Tafeln zeigen gegen die in den Jahren 1858 bis 1893 gewonnenen Beobachtungen Abweichungen bis zu einer halben Bogenminute.

| Nr. | Gr. | M. Äqu. | $\alpha$ | $\delta$ | Autorität |
|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 8.6 | 1879.0 | $2^h31^m12^s.33$ | $+11°44'34''.5$ | $\alpha$ 1/9 (2 Par$_2$ + Par$_3$ + 6 AG. Leipz. I), $\delta$ 1/4 (Par$_2$ + Par$_3$ + 2 AG. Leipz I) |
| 10 | 9.1 | 1881.0 | 12 4 1.80 | +19 38 27.2 | Königsb. Mer. (A. N. 102.294) |
| 11 | 9.3 | 1881.0 | 12 4 9.54 | +19 37 49.1 | 1/3 (AG. Berlin A + 2 Königsb. Mer.) |
| 12 | 8.8 | 1881.0 | 12 8 51.29 | +19 54 7.7 | $\alpha$ 1/3 (AG. Berl. A + 2 AG. Berl. B), $\delta$ 1/4 (AG. Berl. A + 3 AG. Berl. B) |
| 13 | 8.4 | 1881.0 | 12 12 21.95 | +19 48 32.2 | AG. Berlin A |
| 14 | 8.0 | 1881.0 | 12 12 45.16 | +19 49 48.0 | $\alpha$ 1/6 (Par$_3$ + 5 AG. Berl. A), $\delta$ 1/3 (Par$_3$ + 2 AG. Berl. A) |
| 15 | 8.8 | 1881.0 | 12 17 5.63 | +19 48 15.3 | AG. Berlin A |
| 16 | 9.1 | 1881.0 | 12 23 25.70 | +19 58 24.8 | $\alpha$ 1/7 (3 AG. Berl. A + 4 AG. Berl. B), $\delta$ 1/3 (AG. Berl. A + 2 AG. Berl. B) |
| 17 | 8.7 | 1881.0 | 12 31 40.78 | +19 17 5.4 | AG. Berlin A |
| 18 | 9.0 | 1881.0 | 12 35 43.75 | +18 59 11.1 | AG. Berlin A |
| 19 | 8.5 | 1883.0 | 1 24 30.81 | + 0 45 17.8 | $\alpha$ 1/8 (Par$_3$ + 3 Yar. + 2 Kam$_2$ + 2 AG. Nic.), $\delta$ 1/7 (Par$_3$ + 2 Yar. + |
| 20 | 10.9[1] | 1883.0 | 1 25 2.03 | + 0 42 53.5 | 1/6 (5 Phot. Algier + Harv. Zon.) [2 Kam$_2$ + 2 AG. Nic.) |
| 21 | 9.0 | 1883.0 | 1 26 58.69 | + 0 25 6.0 | 1/3 (Pulk. + 2 AG. Nic.) |
| 22 | 9.0 | 1883.0 | 1 29 19.74 | + 0 40 53.2 | $\alpha$ 1/9 (Pal. + Par$_3$ + 7 AG. Nic.), $\delta$ 1/2 (Par$_3$ + AG. Nic.) |
| 23 | 8.5 | 1883.0 | 1 29 54.63 | + 0 40 29.7 | $\alpha$ 1/4 (Par$_3$ + Berl. [Kam$_2$ 546] + 2 AG. Nic.), $\delta$ 1/7 (3 Par$_3$ + 2 Berl. + |
| 24 | 9.5 | 1895.0 | 23 19 6.80 | −28 18 4.1 | 1/6 (Cord. ZC. + Mü$_2$ + 4 Thome [2]) [2 AG. Nic.) |
| 25 | 8.5 | 1895.0 | 23 23 43.26 | −28 10 30.4 | $\alpha$ 1/4 (Cord. ZC. + 3 Cord. GC.), $\delta$ 1/3 (Cord. ZC. + 2 Cord. GC.) |
| 26 | 9.0 | 1898.0 | 14 45 54.67 | −21 38 41.1 | 1/4 (AWe. + 3 Ci. Z.) |
| 27 | 8.2 | 1898.0 | 15 2 28.41 | −21 42 16.8 | 1/3 (Par$_1$ + Yar. + Ci. Z.) |
| 28 | 7.8 | 1904.0 | 3 57 43.39 | +28 23 46.4 | AG. Cambridge |

[1] Größe photogr. Skala. [2] Nach brieflicher Mitteilung des Herrn Thome, Cordoba.

Eigenbewegungen habe ich bei 2, 5, 16 und 22 gefunden, bezw. bestätigt gefunden:

| * | in $\alpha$ | in $\delta$ |
|---|---|---|
| 2 | $0^s.00$ | −0".06 pro Jahr |
| 5 | −0.0058 | 0 » » |
| 16 | −0.013 | 0 » » |
| 22 | +0.006 | −0.07 » » |

## § 2. Übersicht über die Beobachtungen und Normalortbildung.

**Erscheinung 1866.**

| M. Z. Berlin | $\alpha$ geoz. | $\delta$ geoz. | B − R $\Delta\alpha$ | B − R $\Delta\delta$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Washington, U. S. Naval Observatory, Meridianbeobachtungen von Hall, Thirion und Rogers. A. N. 69.151. | | | | | |
| Aug. 17.80730 | $23^h21^m2^s.52$ | −30° 24' 37".9 | $-6^s.47$ | −42".0 | Ausgeschlossen, weil zu weit |
| Sept. 8.73170 | 22 59 1.70 | −31 47 46.5 | − 6.94 | −37.9 | [entfernt liegend |
| 12.71781 | 22 54 51.96 | −31 50 21.3 | − 6.64 | −36.0 | Gew. 1/2 |
| 13.71439 | 22 53 50.12 | −31 50 21.9 | − 7.12 | −38.5 | Gew. 1/2 für $\alpha$ |
| 14.71083 | 22 52 49.70 | −31 50 3.3 | − 6.79 | −38.2 | |
| 15.70742 | 22 51 49.48 | −31 49 28.1 | − 6.92 | −37.9 | |

Aug. 17, Druckfehler in den A. N.: Beobachtungszeit muß statt $13^h55^m.7$ heißen $13^h35^m.7$ Wash. mittl. Zeit.
Die Dekl. sind geozentrisch publiziert, die angewandte Parallaxe ist nicht angegeben.

Greenwich, Meridianbeobachtungen. (Greenw. Observ. 1866.50).

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sept. 14.49761 | 22 52 58.17 | −31 49 8.9 | −11.28 | +21.6 | } Ausgeschlossen [1] |
| 19.48051 | 22 48 9.69 | −31 45 15.7 | − 6.76 | −65.5 | |

Hinsichtlich der Parallaxe gilt dasselbe wie für Washington.
Die Beobachtungen sind sämtlich mit der Ephemeride des B. J. 1868 verglichen.

[1]) Herr Prof. Kreutz hat mich nachträglich darauf aufmerksam gemacht, daß die Beobachtung Greenwich Sept. 14 sich zweifellos nicht auf die Egeria, sondern auf den Stern Cord. ZC. $22^h1574$ $9^m.0$ bezieht, dessen scheinbarer Ort ist: $22^h52^m58^s.27$, $-31°49'20''.2$. Die Vergleichung mit der obigen Greenwicher Beobachtung, wobei in $\delta$ die Parallaxenkorrektur (+4".8) rückgängig zu machen ist, ergibt: Cord.—Greenw. $\Delta\alpha = +0^s.10$ und $\Delta\delta = -6''.5$. Greenwich Sept. 19 gehört wohl Egeria an, doch ist die Deklination um +30" zu korrigieren.

## Erscheinung 1867.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Lübeck. Beobachter Thiel. Refraktor, Ringmikrometer. A. N. 70.379.** | | | | | | | | |
| Dez. 4.39692 | 3 | $6^h 17^m 27^s.76$ | −0s.27 | +41° 38′ 11″.6 | +2″.4 | −3s.81 | + 7″.8 | α ausgeschlossen |
| 13.37603 | 1 | 6 7 3.68 | −0.27 | +42 55 35.7 | +2.2 | −4.51 | + 1.4 | α Gew. 1/2 |
| **Leipzig. Beobachter R. Engelmann. Meridiankreis. A. N. 71.173.** | | | | | | | | |
| Dez. 13.52098 | — | 6 6 53.20 | 0.00 | +42 56 48.5 | +0.9 | −3.92 | + 8.1 | α Gew. 1/2 |
| 26.47345 | — | 5 49 27.48 | 0.00 | +44 11 46.3 | +0.7 | −4.18 | + 9.1 | |
| 30.45879 | — | 5 44 7.24 | 0.00 | +44 24 43.3 | +0.7 | −4.13 | + 9.7 | |
| **Cambridge, Mass. Beobachter Winlock. 15-zöll. Äquatoreal. A. N. 71.231.** | | | | | | | | |
| Dez. 8.73219 | 2 | 6 12 42.77 | −0.10 | +42 17 40.6 | +0.1 | −4.19 | + 7.3 | |
| 9.63084 | 2 | 6 11 39.64 | −0.31 | +42 25 25.8 | +1.2 | −4.25 | + 7.7 | |
| **Leiden. Beobachter van Hennekeler und Kam. Meridiankreis. A. N. 71.358.** | | | | | | | | |
| Dez. 13.54287 | — | 6 6 50.99 | 0.00 | +42 56 58.1 | +1.0 | −4.49 | + 7.7 | |
| 20.51740 | — | 5 57 36.00 | 0.00 | +43 43 23.0 | +0.9 | −4.58 | + 8.8 | |
| 22.51004 | — | 5 54 52.55 | 0.00 | +43 54 6.7 | +0.9 | −4.41 | +10.6 | |
| **Kremsmünster. Beobachter G. Strasser. Meridiankreis. A. N. 74.277.** | | | | | | | | |
| Dez. 22.48335 | — | 5 54 54.86 | 0.00 | +43 53 58.4 | +0.4 | −4.30 | +10.4 | |
| 27.46497 | — | 5 48 6.68 | 0.00 | +44 15 28.2 | +0.4 | −4.22 | +10.7 | |

Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride im B. J. 1869 verglichen.

## Erscheinung 1869.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Lund. Beobachter A. Möller. Refraktor. A. N. 74.323.** | | | | | | | | |
| April 19.50302 | 6 | $15^h 3^m 9^s.98$ | −0s.05 | −16° 11′ 19″.9 | +5″.1 | +0s.10 | −4″.4 | |
| 22.49751 | 6 | 15 0 6.36 | −0.04 | −16 18 1.7 | +5.1 | +0.00 | −5.0 | |
| 23.49128 | 5 | 14 59 3.74 | −0.05 | −16 20 9.1 | +5.2 | −0.03 | −4.7 | |
| 29.53578 | 4 | 14 52 29.59 | +0.04 | −16 32 13.7 | +5.2 | −0.06 | −8.1 | |
| 30.52190 | 4 | 14 51 23.99 | +0.03 | −16 34 1.4 | +5.2 | +0.20 | −6.5 | |

April 23. Egeria ist an einen Stern $11^m$ angeschlossen, dieser verglichen mit * 5.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Leipzig. Beobachter R. Engelmann. Meridiankreis. A. N. 74.377.** | | | | | | | | |
| April 26.51838 | — | 14 55 48.99 | 0.00 | −16 26 20.3 | +5.1 | +0.13 | −3.2 | |
| 28.51142 | — | 14 53 38.12 | 0.00 | −16 30 12.1 | +5.1 | +0.41 | −2.4 | α Gew. 0 |
| Mai 5.48691 | — | 14 45 49.96 | 0.00 | −16 42 37.5 | +5.1 | +0.12 | −3.3 | |
| 14.45539 | — | 14 36 0.25 | 0.00 | −16 56 41.6 | +5.0 | +0.32 | 0.0 | δ Gew. 1/2 |
| 16.44847 | — | 14 33 55.77 | 0.00 | −16 59 44.7 | +5.0 | +0.33 | −1.6 | |
| **Kremsmünster. Beobachter G. Strasser. Meridiankreis. A. N. 75.372.** | | | | | | | | |
| Mai 10.46456 | — | 14 40 18.14 | 0.00 | −16 50 37.6 | +4.9 | +0.32 | −5.4 | |
| 12.45756 | — | 14 38 8.13 | 0.00 | −16 53 43.1 | +4.9 | +0.37 | −4.3 | |
| **Leiden. Beobachter Kampf. Meridiankreis. A. N. 76.297.** | | | | | | | | |
| Mai 5.50880 | — | 14 45 48.23 | 0.00 | −16 42 45.7 | +5.1 | −0.14 | −9.3 | Gew. α 1/2, δ 0 |
| 20.45659 | — | 14 29 56.58 | 0.00 | −17 5 53.5 | +5.0 | +0.28 | −2.4 | |

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Paris. Meridianbeobachtungen. Annales de l'Obs. de Paris 1868–69.** | | | | | | | | |
| April 28.53925 | — | $14^h53^m36^s.01$ | — | −16° 30′ 17″.9 | — | +0ˢ.14 | −5″.0 | δ geoz. publiziert, Parallaxe nicht angegeben |
| 29.53575 | — | 14 52 29.66 | — | −16 32 10.6 | — | +0.01 | −5.0 | |
| 30.53227 | — | 14 51 23.19 | — | −16 34 0.3 | — | +0.09 | −4.3 | |
| Mai 1.52877 | — | 14 50 16.36 | — | −16 35 47.1 | — | +0.06 | −2.9 | |
| 10.49721 | — | 14 40 15.97 | — | −16 50 41.6 | — | +0.30 | −4.4 | |
| 20.46899 | — | 14 29 55.81 | — | −17 5 53.9 | — | +0.23 | −1.7 | |

Mai 20. Die Beobachtung ist in Greenwich gemacht.

Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride des B. J. 1871 verglichen; hier sind zum erstenmale Hansens Tafeln zugrunde gelegt.

## Erscheinung 1871.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Paris (bezw. Greenwich). Meridianbeobachtungen. Annales de l'Obs. de Paris 1871.** | | | | | | | | |
| Nov. 27.52939 | — | $4^h35^m54^s.77$ | — | +34° 41′ 24″.2 | — | +0ˢ.63 | +7″.1 | δ geoz. publiziert, Parallaxe nicht angegeben |
| Dez. 4.50398 | — | 4 26 46.54 | — | +35 14 49.4 | — | +0.82 | +5.3 | |
| 5.50034 | — | 4 25 27.42 | — | +35 18 49.9 | — | +0.59 | +7.5 | |
| 12.48140 | — | 4 16 26.85 | — | +35 40 54.9 | — | +0.83 | +2.9 | |
| 20.45297 | — | 4 7 9.30 | — | +35 55 8.9 | — | +0.78 | +7.3 | |

Dez. 12, 20 Greenwich, die übrigen Paris.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kremsmünster. Beobachter G. Strasser. Meridankreis. A. N. 82.73.** | | | | | | | | |
| Dez. 9.45315 | — | 4 20 17.82 | 0ˢ.00 | +35 52 37.1 | +1″.3 | +0.90 | +9.4 | Gew. ½ |
| 11.44590 | — | 4 17 45.12 | 0.00 | +35 38 22.0 | +1.3 | +1.04 | +10.3 | Gew. ½ |
| 20.41386 | — | 4 7 12.16 | 0.00 | +35 55 11.0 | +1.2 | +1.13 | +12.0 | Gew. 0 |
| **Leiden. Beobachter Valentiner. Meridiankreis. A. N. 79 131.** | | | | | | | | |
| Nov. 13.57257 | — | 4 52 5.15 | 0.00 | +33 8 28.4 | +1.9 | +0.48 | +7.0 | |
| Dez. 1.50896 | — | 4 30 43.52 | 0.00 | +35 1 37.6 | +1.8 | +0.63 | +3.6 | |
| **Upsala. Beobachter Jäderin. Refraktor. A. N. 79.252.** | | | | | | | | |
| Nov. 20.60035 | 7 | 4 44 28.18 | +0.13 | +33 59 0.7 | +2.8 | +0.79 | +5.5 | |

Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride des B. J. 1873 verglichen.

## Erscheinung 1873.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Paris. Meridiankreisbeobachtungen. Annales de l'Obs. de Paris 1873.** | | | | | | | | |
| April 23.51337 | — | $13^h56^m13^s.66$ | — | −5° 31′ 11″.3 | — | +0ˢ.78 | −13″.4 | δ geoz. publiziert, Parallaxe nicht angegeben |
| 25.50638 | — | 13 54 3.99 | — | −5 33 48.7 | — | +0.71 | −12.5 | |
| Mai 1.49200 | — | 13 47 46.26 | — | −5 43 34.1 | — | +0.83 | −13.7 | |
| 12.44813 | — | 13 37 35.89 | — | −6 9 30.9 | — | +0.77 | −13.5 | |
| 13.44479 | — | 13 36 47.38 | — | −6 12 26.3 | — | +0.74 | −13.5 | |
| 15.43823 | — | 13 35 14.58 | — | −6 18 35.0 | — | +0.74 | −13.9 | |
| **Leiden. Beobachter E. F. Bakhuyzen. Meridiankreis. A. N. 85.199.** | | | | | | | | |
| April 14.53878 | — | 14 6 0.12 | 0ˢ.00 | −5 22 13.7 | +4″.8 | +0.78 | −13.4 | |
| **Madrid. Beobachter Ventosa. Meridiankreis. A. N. 86.373.** | | | | | | | | |
| April 28.51262 | — | 13 50 51.78 | 0.00 | −5 38 17.9 | +4.0 | +0.96 | −9.9 | δ Gew. ½ |
| 29.50916 | — | 13 49 48.98 | 0.00 | −5 39 59.1 | +4.0 | +0.83 | −11.5 | |
| 30.50568 | — | 13 48 46.91 | 0.00 | −5 41 45.1 | +4.0 | +0.79 | −13.0 | |
| Mai 3.49532 | — | 13 45 45.23 | 0.00 | — | — | +0.64 | — | |

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Leipzig. Beobachter R. Engelmann. Meridiankreis. A. N. 82.245.** | | | | | | | | |
| April 15.51345 | — | 14h 4m 59s.20 | 0s.00 | −5° 22′ 59″.2 | +4″.7 | +2s.82 | −12″.1 | Ausgeschlossen |
| 21.49249 | — | 13 58 23.14 | 0.00 | −5 28 34.0 | +4.7 | −2.08 | − 0.4 | |
| **Neuchâtel. Beobachter E. Becker. Meridiankreis. A. N. 83.317.** | | | | | | | | |
| Mai 2.46930 | — | 13 46 46.79 | 0.00 | −5 45 27.6 | +4.4 | +0.74 | −15.1 | |
| **Wien. Beobachter Holetschek. Meridiankreis. A. N. 83.27.** | | | | | | | | |
| Mai 5.43295 | — | 13 43 51.78 | 0.00 | −5 51 29.5 | +4.4 | +0.58 | − 6.2 | Ausgeschlossen |
| 11.41260 | — | 13 38 28.07 | 0.00 | −6 6 25.4 | +4.4 | +1.20 | − 4.3 | |
| 13.40632 | — | 13 36 49.36 | 0.00 | −6 12 12.1 | +4.4 | +0.88 | − 6.1 | |
| Der Planet war an der Grenze der Wahrnehmbarkeit. | | | | | | | | |
| **Berlin. Beobachter Tietjen. Meridiankreis. A. N. 84.245.** | | | | | | | | |
| April 10.52791 | — | 14 10 14.30 | 0.00 | −5 19 22.3 | +4.8 | +0.76 | −12.2 | |
| Mai 4.44460 | — | 13 44 49.38 | 0.00 | −5 49 27.8 | +4.7 | +0.80 | −13.5 | |
| Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride des B. J. 1875 verglichen. | | | | | | | | |

## Erscheinung 1875.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Paris (bezw. Greenwich). Meridiankreis. C. R. 82.430.** | | | | | | | | |
| Nov. 13.52683 | — | 3h 25m 6s.77 | — | +23° 51′ 19″.6 | — | +0s.66 | +10″.6 | δ geoz. publiziert, Parallaxe nicht angegeben |
| 15.51968 | — | 3 22 40.17 | — | +23 57 47.6 | — | +0.69 | + 9.5 | |
| 22.49464 | — | 3 14 7.29 | — | +24 17 34.5 | — | +0.68 | +11.0 | |
| 29.47637 | — | 3 5 58.51 | — | +24 33 17.1 | — | +0.58 | + 8.3 | |
| Die letzte Beobachtung in Greenwich, die übrigen in Paris von Périgaud, Folain und Prosper Henry. | | | | | | | | |
| **Dublin. Beobachter Copeland. Meridiankreis. Monthly Notices XXXVII.** | | | | | | | | |
| Nov. 7.56358 | — | 3 32 14.51 | 0s.00 | +23 29 40.3 | +2″.9 | +0.57 | + 8.7 | |
| **Berlin. Beobachter E. Becker. Meridiankreis. A. N. 88.31.** | | | | | | | | |
| Nov. 16.47697 | — | 3 21 28.81 | 0.00 | +24 0 47.7 | +2.8 | +0.64 | + 9.2 | |
| **Wien. Beobachter Holetschek. Meridiankreis. A. N. 88.71.** | | | | | | | | |
| Nov. 23.44417 | — | 3 12 57.60 | 0.00 | +24 19 54.4 | +2.4 | +0.23 | + 8.2 | α ausgeschlossen |
| **Kremsmünster. Beobachter G. Strasser. Meridiankreis. A. N. 88.75.** | | | | | | | | |
| Nov. 3.52088 | — | 3 36 49.58 | 0.00 | +23 13 16.3 | +2.4 | +0.78 | +16.5 | δ ausgeschlossen |
| Dez. 2.41811 | — | 3 2 46.68 | 0.00 | +24 39 4.4 | +2.3 | +0.42 | +12.6 | α u. δ Gew. 1/2 |
| **Washington, U. S. Naval Obs. Beobachter Paul, Skinner und Frisby. Meridiankreis. A. N. 90.339.** | | | | | | | | |
| Okt. 28.79381 | — | 2 42 45.92 | — | +22 47 22.0 | — | +0.78 | + 7.4 | δ geoz. publiziert, Parallaxe nicht angegeben |
| Nov. 2.77643 | — | 3 37 38.20 | — | +23 9 55.5 | — | +0.69 | + 7.5 | |
| 5.76632 | — | 3 34 18.76 | — | +23 22 28.7 | — | +0.65 | + 7.2 | |
| 8.75578 | — | 3 30 50.74 | — | +23 34 15.9 | — | +0.68 | + 8.6 | |
| 11.74515 | — | 3 27 16.18 | — | +23 45 12.3 | — | +0.67 | + 8.8 | |
| 12.74159 | — | 3 26 3.53 | — | +23 48 40.4 | — | +0.59 | + 9.4 | |
| 17.72373 | — | 3 19 56.69 | — | +24 4 34.1 | — | +0.64 | +10.7 | |
| 30.67750 | — | 3 4 38.90 | — | +24 35 42.8 | — | +0.86 | +10.0 | |
| Dez. 2.67052 | — | 3 2 31.13 | — | +24 39 26.1 | — | +0.74 | + 6.2 | |
| Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride des B. J. 1877 verglichen. | | | | | | | | |

## Erscheinung 1879.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Paris (bezw. Greenwich). Meridiankreisbeobachtungen. Ann. de l'Obs. de Paris 1879. | | | | | | | | |
| Okt. 16.57120 | — | $2^h 42^m 43^s.99$ | — | +11° 33′ 23″.8 | — | +0$^s$.26 | + 7″.8 | α Gew. 1/2 |
| 25.54029 | — | 2 33 18.00 | — | +11 47 50.6 | — | +0.57 | + 8.9 | |
| 30.51632 | — | 2 27 40.55 | — | +11 55 38.2 | — | +0.42 | +10.7 | |
| 31.51280 | — | 2 26 32.01 | — | +11 57 10.0 | — | +0.31 | + 8.5 | |
| Nov. 3.50224 | — | 2 23 6.46 | — | +12 2 0.3 | — | +0.46 | +13.1 | δ Gew. 1/2 |
| 12.47065 | — | 2 13 4.02 | — | +12 17 25.2 | — | +0.32 | +10.0 | |
| 13.46715 | — | 2 12 0.18 | — | +12 19 19.0 | — | +0.35 | +10.5 | |
| 13.47362 | — | 2 11 59.90 | — | +12 19 18.1 | — | +0.48 | + 8.8 | |
| 18.45635 | — | 2 6 55.39 | — | +12 29 30.1 | — | +0.55 | + 9.5 | |
| Okt. 16, 25 und Nov. 13II, 18 Greenwich, die übrigen Paris. | | | | | | | | |
| Leipzig. Beobachter Peter. Refraktor. A. N. 96.227. | | | | | | | | |
| Okt. 26.48337 | 9 | 2 32 14.75 | −0$^s$.03 | +11 49 17.0 | +3″.6 | +0.44 | + 7.1 | |
| Hamburg. Beobachter Schrader. Meridiankreis. A. N. 97.257. | | | | | | | | |
| Okt. 14.55009 | — | — | — | +11 30 3.5 | +3.7 | — | +13.7 | Ausgeschlossen |
| Düsseldorf. Beobachter R. Luther. Refraktor, Kreismikrometer. A. N. 97.257. | | | | | | | | |
| Nov. 9.36655 | 8 | 2 16 28.10 | −0.15 | +12 11 43.9 | +3.7 | +0.58 | + 6.1 | |
| Königsberg. Beobachter Rahts. Meridiankreis. A. N. 98.22. | | | | | | | | |
| Okt. 14.52119 | — | 2 44 42.23 | 0.00 | +11 29 53.9 | +3.8 | +0.72 | + 7.1 | |
| 16.51717 | — | 2 42 47.61 | 0.00 | +11 33 19.6 | +3.8 | +0.71 | + 9.1 | |
| 22.49395 | — | 2 36 37.96 | 0.00 | +11 43 0.8 | +3.8 | +0.45 | + 6.6 | |
| Okt. 16 Druckfehler: In den A. N. ist angegeben Okt. 15. | | | | | | | | |
| Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride des B. J. 1881 verglichen. | | | | | | | | |

## Erscheinung 1881.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Paris (bezw. Greenwich). Meridiankreis. C. R. 92.1126. | | | | | | | | |
| März 16.55225 | — | $12^h 22^m 8^s.20$ | — | +19° 48′ 3″.9 | — | +2$^s$.47 | −29″.8 | δ geoz. publiziert, Parallaxe nicht angegeben |
| 17.54877 | — | 12 21 3.55 | — | +19 49 23.7 | — | +2.49 | −30.8 | |
| 22.53131 | — | 12 15 36.45 | — | +19 52 37.8 | — | +2.35 | −29.5 | |
| 25.52082 | — | 12 12 20.55 | — | +19 51 35.3 | — | +2.59 | −28.7 | |
| 31.50640 | — | 12 5 58.05 | — | +19 42 20.8 | — | +2.42 | −29.3 | |
| Die letzte Beobachtung ist in Greenwich, die übrigen sind in Paris von H. Renan gemacht. | | | | | | | | |
| Padua. Beobachter A. Abetti. Refraktor. A. N. 101.261. | | | | | | | | |
| März 2.52429 | 18 | 12 35 59.46 | −0$^s$.09 | +19 8 24.4 | +2″.6 | +2.58 | −27.5 | |
| 3.49635 | 18 | 12 35 8.77 | −0.13 | +19 12 9.0 | +2.7 | +2.58 | −28.9 | |
| 19.47717 | 15 | 12 18 57.40 | −0.07 | +19 51 18.1 | +2.6 | +2.40 | −33.6 | δ Gew. 0 |
| 20.52392 | 15 | 12 17 48.75 | +0.03 | +19 52 1.2 | +2.6 | +2.52 | −31.9 | δ Gew. 1/2 |
| 22.48886 | 15 | 12 15 39.31 | −0.03 | +19 52 42.0 | +2.5 | +2.42 | −25.2 | δ Gew. 0 |
| Leipzig. Beobachter Peter. Refraktor. A. N. 101.285. | | | | | | | | |
| März 15.40717 | 16 | 12 23 21.83 | −0.18 | — | — | +2.30 | — | |
| 15.41297 | 16 | — | — | +19 46 14.4 | +3.4 | — | −30.4 | |
| O-Gyalla. Beobachter Kobold. Refraktor, Fadenmikrometer. A. N. 101.341. | | | | | | | | |
| März 23.42480 | 14 | 12 14 37.56 | −0.10 | +19 52 34.6 | +2.8 | +2.23 | −28.3 | |

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Königsberg. Beobachter J. Franz. Heliometer. A. N. 102.292. | | | | | | |
| März 27.45083 | 12 | $12^h10^m15^s.07$ | −0.02 | +19° 49′ 39″.7 | +3″.4 | +2.43 | −28″.4 | |
| 28.32040 | 12 | 12 9 19.17 | −0.19 | +19 48 29.3 | +3.8 | +2.46 | −27.0 | |
| 28.34374 | 12 | 12 9 17.67 | −0.16 | +19 48 23.2 | +3.7 | +2.45 | −31.0 | |
| April 1.48252 | 10,11 | 12 5 6.84 | −0.15 | +19 40 19.2 | +3.6 | +2.47 | −28.5 | |
| April 1, Druckfehler in den A. N.: statt +19° 48′ 15″.5 muß δ lauten +19° 40′ 15″.5. | | | | | | | | |
| | | Hamburg. Beobachter Schrader. Meridiankreis. A. N. 102.179. | | | | | | |
| März 28.48921 | — | 12 9 8.30 | 0.00 | +19 48 11.6 | +3.2 | +2.41 | −29.4 | |
| April 1.47532 | — | 12 4 58.29 | 0.00 | +19 40 1.3 | +3.2 | +2.34 | −25.1 | δ Gew. 0 |
| | | Dresden. Beobachter Engelhardt. Refraktor. A. N. 100.139. | | | | | | |
| Febr. 28.46190 | 18 | 12 37 41.95 | −0.17 | +19 0 0.2 | +3.4 | +2.05 | −31.1 | |
| März 3.53466 | 17 | 12 35 6.27 | −0.05 | +19 12 17.2 | +3.1 | +2.10 | −29.4 | |
| 14.46425 | 15 | 12 24 21.88 | −0.10 | +19 44 30.6 | +3.2 | +2.08 | −30.3 | |
| 15.42566 | 15 | 12 23 20.43 | −0.16 | +19 46 16.3 | +3.3 | +2.09 | −29.8 | |
| 17.36520 | 15 | 12 21 15.35 | −0.22 | +19 49 10.1 | +3.6 | +2.35 | −30.6 | |
| 23.36065 | 15 | 12 14 41.90 | −0.20 | +19 52 34.2 | +3.5 | +2.37 | −29.5 | |
| 25.34991 | 13 | 12 12 31.53 | −0.20 | +19 51 41.6 | +3.5 | +2.41 | −29.8 | |
| 28.48252 | 14 | 12 9 8.49 | +0.01 | +19 48 13.1 | +3.0 | +2.16 | −28.5 | α Gew. 1/2 |
| 30.37427 | 13 | 12 7 8.50 | −0.15 | +19 44 51.2 | +3.3 | +2.20 | −27.6 | |

Die RA.-Beobachtungen bis zum 15. März inkl. sind zur Normalortbildung nicht mitbenutzt, da aus ihnen sichere Schlüsse über den Verlauf der Korrektion der Ephemeride (B. J. 1883) nicht zu ziehen sind.

## Erscheinung 1883.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Paris. Beobachter H. Renan. Meridiankreis. B. A. 1.187. | | | | | | |
| Okt. 22.50017 | — | $1^h33^m28^s.65$ | — | +0° 23′ 6″.5 | — | +0.73 | +15″.4 | δ geoz. publ., Par. |
| 31.46897 | — | 1 24 3.10 | — | +0 34 15.8 | — | +0.63 | +13.0 | nicht angegeben |
| | | Cincinnati, Mount Lookout. Beob. Wilson. 11-zöll. Refraktor, Fadenmikrometer. A. N. 111.270. | | | | | | |
| Okt. 30.72824 | 21 | 1 24 47.60 | +0.03 | +0 33 2.0 | +3″.4 | +0.34 | +18.0 | Gew. α 1/2, δ 0 |
| 31.72927 | 23 | 1 23 47.29 | +0.04 | +0 34 45.1 | +3.4 | +0.45 | +13.6 | |
| 31.72927 | 22 | 1 23 47.33 | +0.04 | — | — | +0.53 | — | |
| Nov. 2.72454 | 19 | 1 21 49.58 | +0.04 | +0 38 43.2 | +3.3 | +0.52 | +13.0 | |
| 2.72795 | 20 | 1 21 49.41 | +0.05 | — | — | +0.55 | — | |

Okt. 30. Druckfehler in den A. N.: Δδ muß heißen +7′ 30″.7, δ app. ist als richtig dabei angenommen.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Taschkent. Beobachter Pomerantzeff. Refraktor. A. N. 108.41. | | | | | | |
| Okt. 30.26056 | 19 | 1 25 16.64 | −0.05 | +0 32 8.2 | +3.5 | +0.88 | +11.7 | Gew. 1/2 |

Die Beobachtungen sind mit der Ephemeride des B. J. 1885 verglichen.

## Erscheinung 1895.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Toulouse. Beobachter Rossard. Refraktor. B. A. 15.28. | | | | | | |
| Sept. 12.47765 | 25 | $23^h22^m57^s.79$ | −0.07 | −28° 19′ 5″.9 | +4″.6 | +3.10 | +33″.6 | α Gew. 1/2 |
| 13.48549 | 25 | 23 21 54.32 | −0.05 | −28 20 32.1 | +4.6 | +3.15 | +34.6 | |
| 14.54028 | 24 | 23 20 50.92 | −0.02 | −28 21 46.8 | +4.6 | +3.46 | +31.9 | |
| 16.49022 | 24 | 23 18 46.27 | −0.03 | −28 23 20.5 | +4.6 | +3.30 | +33.6 | |
| 17.48461 | 24 | 23 17 44.76 | −0.03 | −28 23 45.4 | +4.6 | +3.45 | +32.7 | |

Die Beobachtungen sind mit der von mir gerechneten Ephemeride verglichen, die B — R stellen die Abweichung der Hansenschen Tafeln von den gemessenen Positionen dar. — Sept. 14. Druckfehler im B. A. Es muß heißen: T. m. Toulouse $11^h25^m20^s$ statt $12^h25^m11^s$, nach einer Mitteilung des Herrn Baillaud.

**Erscheinung 1898.**

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Düsseldorf. Beobachter W. Luther. Refraktor, Kreismikrometer. A. N. 148.377.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mai 26.47582 | 26 | $14^h 50^m 59^s.03$ | $+0^s.04$ | $-21° 39' 42''.1$ | $+5''.0$ | $+5^s.18$ | $-1' 2''.5$ |
| 28.46549 | 27 | 14 49 5.12 | +0.04 | −21 42 9.0 | +5.0 | +5.12 | −0 59.1 |

Verglichen mit der von mir gerechneten Ephemeride.

**Erscheinung 1904.**

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B — R Δα | B — R Δδ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Heidelberg-Königstuhl. Photogr. Aufnahme und Ausmessung am rechtwinkligen Meßapparat durch P. Götz.
(Briefliche Mitteilung, siehe auch A. N. 166.301).

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nov. 15.53670 | 28, 29 | $3^h 58^m 5^s.11$ | $+0^s.03$ | $+28° 27' 52''.4$ | $+2''.1$ | $+7^s.74$ | $+1' 1''.8$ |

Yerkes Observatory. Beobachter E. E. Barnard. 40-zöll. Refraktor.
(Briefliche Mitteilung an Herrn Prof. Bauschinger, siehe auch A. N. 4112).

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nov. 14.62123 | — | 3 59 11.09 | −0.29 | +28 23 32.9 | +2.6 | +7.44 | +1 0.8 |
| 14.71564 | — | 3 59 4.12 | −0.16 | +28 24 0.3 | +1.7 | +7.27 | +1 1.6 |
| 14.87427 | — | 3 58 52.54 | +0.16 | +28 24 45.5 | +1.7 | +7.16 | +1 1.4 |
| 14.98529 | — | 3 58 44.63 | +0.31 | +28 25 17.2 | +2.8 | +7.27 | +1 1.7 |

Verglichen mit der von mir gerechneten Ephemeride.

Die Beobachtungen der Jahre 1895, 1898 und 1904 habe ich mit den folgenden von mir für $12^h$ M. Z. Berlin gerechneten, den Egeria-Tafeln ohne Vernachlässigungen entsprechenden Ephemeriden verglichen.

| Datum | α app. | δ app. | log Δ | Aberr.-Zeit |
|---|---|---|---|---|
| 1895 Sept. 12 | $23^h 22^m 53^s.28$ | $-28° 19' 41''.6$ | 0.253266 | $14^m 53^s$ |
| » 13 | 23 21 50.26 | −28 21 7.8 | 0.253686 | 14 54 |
| » 14 | 23 20 47.38 | −28 22 18.8 | 0.254166 | 14 55 |
| » 15 | 23 19 44.72 | −28 23 14.4 | 0.254706 | 14 56 |
| » 16 | 23 18 42.36 | −28 23 54.4 | 0.255308 | 14 57 |
| » 17 | 23 17 40.36 | −28 24 18.3 | 0.255972 | 14 59 |
| » 18 | 23 16 38.78 | −28 24 25.8 | 0.256698 | 15 1 |
| 1898 Mai 24 | 14 52 51.42 | −21 36 6.0 | 0.219249 | 13 46 |
| » 25 | 14 51 51.38 | −21 37 24.4 | 0.220476 | 13 48 |
| » 26 | 14 50 52.44 | −21 38 41.5 | 0.221765 | 13 51 |
| » 27 | 14 49 54.65 | −21 39 57.5 | 0.223116 | 13 54 |
| » 28 | 14 48 58.07 | −21 41 12.5 | 0.224528 | 13 56 |
| » 29 | 14 48 2.76 | −21 42 26.8 | 0.226000 | 13 59 |
| » 30 | 14 47 8.75 | −21 43 40.5 | 0.227531 | 14 2 |
| » 31 | 14 46 16.10 | −21 44 53.9 | 0.229119 | 14 5 |
| » 32 | 14 45 24.81 | −21 46 7.2 | 0.230761 | 14 8 |
| 1904 Nov. 13 | 4 0 23.89 | +28 17 6.5 | 0.173556 | 12 24 |
| » 14 | 3 59 12.38 | +28 21 57.0 | 0.172649 | 12 22 |
| » 15 | 3 57 59.99 | +28 26 40.3 | 0.171821 | 12 20 |
| » 16 | 3 56 46.77 | +28 31 15.7 | 0.171080 | 12 19 |

Aus dem mitgeteilten Beobachtungsmaterial, das damals bei Ausführung der Ausgleichung mir allein vorlag, habe ich für jede Erscheinung in der üblichen Weise je einen Normalort gebildet und für die Zeit desselben, unabhängig von den Ephem.-Rechnungen, aus den Hansenschen Tafeln den Wert »Rechnung« abgeleitet; die Differenz dieser letzteren gegen die N. O. findet sich in den letzten Spalten der unten folgenden Zusammenstellung, sie geht nach Anbringung der weiter noch anzuführenden Korrektionen in die Ausgleichung ein.

Es zeigt sich, nebenbei bemerkt, daß die Ephemeriden des B. J. (mit Ausnahme der für 1866 u. 1867, die auf anderen Elementen und Störungsrechnungen beruhen, aber zur Bildung der N. O. genügend Annäherung an die wahren Positionen des Planetoiden zeigen) die Tafelwerte ohne Vernachlässigungen repräsentieren. Die Abweichungen sind, wie ich auch mehrfach für andere als die N. O.-Zeiten festgestellt habe, sehr gering und dürfen als unvermeidliche Rechnungs- u. Interpolationsungenauigkeiten angesehen werden (abgesehen von der Dekl. 1883).

| Jahr | M. Z. Berlin | Normalabweichung in $\alpha$ | Normalabweichung in $\delta$ | Normalort $\alpha$ vera | Normalort $\delta$ vera | N. O. — scharfe Rechnung $(B-R)_\alpha$ | $(B-R)_\alpha \cos\delta$ | $(B-R)_\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1866 | Sept. 10.5 | $-6^s.89$ | $-38''.4$ | $22^h 57^m 10^s.08$ | $-31° 49' 28''.8$ | $-0^s.26$ | $-3''.3$ | $-0''.1$ |
| 1867 | Dez. 16.0 | $-4.26$ | $+8.7$ | $6\ 3\ 40.37$ | $+43\ 14\ 51.2$ | $+0.58$ | $+6.3$ | $+0.4$ |
| 1869 | Mai 4.5 | $+0.10$ | $-4.0$ | $14\ 46\ 56.40$ | $-16\ 40\ 58.7$ | $+0.15$ | $+2.3$ | $-3.5$ |
| 1871 | Dez. 10.5 | $+0.73$ | $+6.4$ | $4\ 18\ 57.00$ | $+35\ 35\ 40.7$ | $+0.68$ | $+8.3$ | $+6.6$ |
| 1873 | Mai 2.5 | $+0.77$ | $-13.1$ | $13\ 46\ 44.97$ | $-5\ 45\ 29.2$ | $+0.76$ | $+11.3$ | $-13.7$ |
| 1875 | Nov. 16.5 | $+0.67$ | $+8.9$ | $3\ 21\ 27.14$ | $+24\ 0\ 51.6$ | $+0.69$ | $+9.5$ | $+8.4$ |
| 1879 | Okt. 29.5 | $+0.46$ | $+8.8$ | $2\ 28\ 50.18$ | $+11\ 54\ 0.9$ | $+0.45$ | $+6.7$ | $+8.3$ |
| 1881 | März 21.5 | $+2.41$ | $-29.4$ | $12\ 16\ 44.40$ | $+19\ 52\ 27.8$ | $+2.36$ | $+33.3$ | $-28.9$ |
| 1883 | Okt. 31.5 | $+0.57$ | $+13.5$ | $1\ 24\ 1.17$ | $+0\ 34\ 19.7$ | $+0.60$ | $+9.0$ | $+12.2$ |
| 1895 | Sept. 14.5 | $+3.33$ | $+33.3$ | $23\ 20\ 50.71$ | $-28\ 21\ 45.5$ | $+3.33$ | $+44.0$ | $+33.3$ |
| 1898 | Mai 28.5 | $+5.15$ | $-60.8$ | $14\ 49\ 3.22$ | $-21\ 42\ 13.3$ | $+5.15$ | $+71.8$ | $-60.7$ |
| 1904 | Nov. 14.5 | $+7.38$ | $+61.6$ | $3\ 59\ 19.76$ | $+28\ 22\ 58.6$ | $+7.42$ | $+97.9$ | $+61.5$ |

Die bei der Berechnung der geozentrischen Örter benutzten Sonnenkoordinaten sind dem B. J. entnommen, das dieselben für 1866–69 aus den Hansenschen, für 1871–98 den Leverrierschen und für 1904 den Newcombschen Sonnentafeln abgeleitet hat. Ich habe mich dafür entschieden, alle Rechnungen auf das Leverriersche System zu beziehen. Für 1904 benutzte ich dazu die von Downing in den Monthly Notices LXII.21 angegebenen Reduktionen der Sonnen-Rektaszension und Deklination von Leverrier auf Newcomb und habe den Wert der scharfen Rechnung entsprechend berichtigt.

Für die Normalörter 1866–69 und die der Hansenschen Bahnverbesserung zugrunde liegenden N. O. 1850–65 habe ich die Sonnenlängen direkt aus den Leverrierschen Tafeln berechnet (die Differenzen im Radiusvektor und in der Breite habe ich vernachlässigt, weil ohne Belang) und mit der im Jahrbuch angegebenen verglichen (siehe zweite Spalte der folgenden Zusammenstellung). Hansen gibt (E.-T. 422) die Reduktion der Jahrbuchs-Sonnenlängen auf sein System, die ich in Spalte 3 wiederhole; die vierte Spalte enthält die tatsächlich noch erforderliche Korrektion der Sonnenlänge, dann folgt die Einwirkung derselben auf die Werte B — R, in RA. gleich auf den Äquator reduziert.

| Jahr | L.—Jb. | H.—Jb. | L.—H. | $\cos\delta\,\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | $+2''.4$ | $-2''.9$ | $+5''.3$ | $+1''.9$ | $+0''.1$ |
| 1852 | $+0.7$ | $+1.3$ | $-0.6$ | $-0.4$ | 0 |
| 1854 | $+3.0$ | $+2.2$ | $+0.8$ | $+0.4$ | $+0.2$ |
| 1856 | $+0.4$ | $+1.4$ | $-1.0$ | $-0.6$ | $+0.3$ |
| 1857 | $+3.5$ | $+3.6$ | $-0.1$ | 0 | 0 |
| 1858 | $+4.7$ | $+4.7$ | 0.0 | 0 | 0 |
| 1860 | $+2.6$ | $+2.5$ | $+0.1$ | 0 | 0 |
| 1862 | $+3.7$ | $+2.4$ | $+1.3$ | $+0.7$ | $+0.3$ |
| 1864 | $-0.1$ | 0 | $-0.1$ | 0 | 0 |
| 1865 | $+0.1$ | 0 | $+0.1$ | 0 | 0 |
| 1866 | $+1.1$ | 0 | $+1.1$ | $+0.6$ | $+0.2$ |
| 1867 | $+0.6$ | 0 | $+0.6$ | $+0.4$ | 0 |
| 1869 | $+0.5$ | 0 | $+0.5$ | $+0.3$ | $-0.1$ |

Zur großen Abweichung zwischen Leverrier und Hansen im ersten N. O. bemerke ich, daß diese tatsächlich zwischen den Tafelangaben nicht besteht, daß vielmehr die Differenz Hansen — Jahrbuch irrtümlich ist. Ich erhalte aus den Hansenschen Sonnentafeln $+1''.7$; nimmt man aber wirklich $-2''.9$ als Reduktion vom Jahrbuch auf Hansen, so ist noch der von Hansen angegebene Wert der $\Delta\delta$-Änderung von $-0''.3$ (im Sinne R — B bei H.) unrichtig, es muß $+0''.3$ heißen; um diesen Fehler zu korrigieren, bringe ich statt $+0''.7$ (im Sinne des Tableaus: B — R) nur $+0''.1$ an.

Eine weitere, nicht unerhebliche Korrektion erfahren die nach den E.-T. berechneten Positionen dadurch, daß diesen statt der jetzt allgemein angenommenen Newcombschen Jupitermasse $\frac{1}{1047.355}$ ein zu kleiner, durch die Egeria-Bahnverbesserung erhaltener Wert derselben, nämlich $\frac{1}{1051.12}$, zugrunde liegt. Nennen wir die letztere $m$, $(1+\mu)\,m$ die von Newcomb ermittelte, so ergibt sich der Korrektionsfaktor $\mu$ zu $+0.003595$, mit dem alle Störungen, nach Ausscheidung der von Mars und Saturn herrührenden Teile multipliziert sind; ich habe aber davon abgesehen, die Störungen zweiter Ordnung auszusondern und diesen in den Bedingungsgleichungen den Faktor $2\mu$ zu geben, da diese Störungen jedenfalls gegenüber den übrigen ganz erheblich kleiner sind und andererseits auch $\mu$ als kleine Größe betrachtet werden kann.

Die Einwirkung dieser Massenänderung auf die berechneten geozentrischen Örter habe ich für die N. O. 1850 bis 1865 durch die Benutzung der von Hansen angegebenen Koeffizienten $A_7$ und $B_7$ erhalten, während ich dieselben für die späteren Erscheinungen strenge berechnet habe, d. h. ich habe dort auch die kleinen Änderungen der Störungen im Radiusvektor und in der dritten Koordinate berücksichtigt, die von Hansen in den Koeffizienten vernachlässigt worden sind.

Später, nach beendigter Ausgleichung, habe ich die Koeffizienten $A_7$ und $B_7$ für 1850–65 von neuem und ohne Vernachlässigung berechnet und gefunden, daß die Änderungen nur unerheblich sind; weiter unten finden sich diese Rechnungen aufgeführt.

Für die N. O. der Jahre 1850–65 habe ich die Werte B — R, d. h. die Differenzen der Beobachtung gegen die aus den Tafeln in ihrer jetzt vorliegenden Form gerechnete Position, aus den in den E.-T. angeführten Resultaten der Hansenschen Ausgleichung entnommen (Seite 424, übrig bleibende Fehler, dort im Sinne R — B gegeben). Ich habe dieselben durch Einsetzen der Unbekannten in die Bedingungsgleichungen kontrolliert; dabei stellte es sich heraus,

daß $\Delta\alpha \cos\delta$ für 1858 $-1''.3$ (statt $-0''.4$), für 1860 $+1''.0$ (statt $-0''.8$) und für 1862 $-0''.4$ (statt $-0''.7$) heißen muß, ebenso $\Delta\delta$ 1850 $+1''.4$ (statt $+2''.6$) und 1854 $+2''.9$ (statt $+2''.7$). Damit wird $\Sigma vv = 43''.89$ (statt $45''.5$), welcher Wert mit $nn_6 = 43''.77$ bedeutend besser übereinstimmt.

Nachdem ich gesehen hatte, daß nach meiner Ausgleichung bedeutende Restfehler verblieben, habe ich auch für diese N. O. die Beobachtung mit den direkt der Tafel entnommenen Berechnungen verglichen und festgestellt, daß die Änderungen, die dadurch entstehen, klein und für das Resultat ganz unwesentlich sind.

Ich stelle jetzt für alle N. O. 1) die B — R, 2) die Änderung infolge der Jupitermassenkorrektion und schließlich, um alles beieinander zu haben, noch einmal 3) den Einfluß der Einführung von Leverriers Sonnenkoordinaten zusammen, deren Summe (in letzter Spalte) den endgültigen, in die Ausgleichung einzuführenden Widerspruch der Theorie gegen die Beobachtung darstellt.

| | $\Delta\alpha \cos\delta$ | | | | $\Delta\delta$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. | 2. | 3. | | 1. | 2. | 3. | |
| 1850 | + 1".5 | − 3".2 | + 1".9 | = + 0".2 | − 1".4 | − 2".6 | + 0".1 | = − 3".9 |
| 1852 | − 2.1 | + 1.4 | − 0.4 | = − 1.1 | − 0.7 | − 1.4 | − | = − 2.1 |
| 1854 | − 1.6 | + 2.4 | + 0.4 | = + 1.2 | − 2.9 | + 1.8 | + 0.2 | = − 0.9 |
| 1856 | + 2.1 | + 1.8 | − 0.6 | = + 3.3 | + 1.1 | − 1.0 | + 0.3 | = + 0.4 |
| 1857 | + 0.9 | + 4.8 | − | = + 5.7 | − 1.3 | − 1.4 | − | = − 2.7 |
| 1858 | + 1.3 | + 4.0 | − | = + 5.3 | + 2.2 | + 3.0 | − | = + 5.2 |
| 1860 | − 1.0 | − 1.5 | − | = − 2.5 | − 1.9 | + 0.4 | − | = − 1.5 |
| 1862 | − 0.1 | + 4.4 | + 0.7 | = + 5.0 | + 0.5 | + 2.9 | + 0.3 | = + 3.7 |
| 1864 | − 1.1 | − 1.3 | − | = − 2.4 | − 0.2 | + 0.1 | − | = − 0.1 |
| 1865 | + 1.8 | + 4.7 | − | = + 6.5 | − 0.5 | − 2.7 | − | = − 3.2 |
| 1866 | − 3.3 | + 6.3 | + 0.6 | = + 3.6 | − 0.1 | + 2.7 | + 0.2 | = + 2.8 |
| 1867 | + 6.3 | + 7.3 | + 0.4 | = + 14.0 | + 0.4 | + 0.8 | − 0.1 | = + 1.2 |
| 1869 | + 2.2 | + 3.4 | + 0.3 | = + 5.9 | − 3.5 | − 1.0 | − | = − 4.6 |
| 1871 | + 8.8 | + 7.7 | − | = + 16.5 | + 6.6 | + 2.6 | − | = + 9.2 |
| 1873 | + 11.3 | + 1.1 | − | = + 12.4 | − 13.7 | + 1.0 | − | = − 12.7 |
| 1875 | + 9.5 | + 5.6 | − | = + 15.1 | + 8.4 | + 1.7 | − | = + 10.1 |
| 1879 | + 6.7 | + 8.6 | − | = + 15.3 | + 8.3 | + 2.9 | − | = + 11.2 |
| 1881 | + 33.3 | + 4.8 | − | = + 38.1 | − 28.9 | − 1.2 | − | = − 30.1 |
| 1883 | + 9.0 | + 8.0 | − | = + 17.0 | + 12.2 | + 2.8 | − | = + 15.0 |
| 1895 | + 44.0 | − 0.8 | − | = + 43.2 | + 33.3 | − 3.5 | − | = + 29.8 |
| 1898 | + 71.8 | − 1.5 | − | = + 70.3 | − 60.7 | + 5.9 | − | = − 54.8 |
| 1904 | + 97.9 | − 0.7 | − | = + 97.2 | + 61.5 | − 5.4 | − | = + 56.1 |

## § 3. Die Ableitung der verbesserten Elemente.

Die den Hansenschen Tafeln zugrunde liegenden Bahnelemente sind die folgenden:

$$\begin{aligned} c &= 210^\circ\,46'\,34''.30 \\ n &= 313364''.4367 \\ \pi &= 122^\circ\,35'\ 9''.78 \\ \Theta &= 18\ 48\ 41.12 \\ i &= 37\ 10\ 40.33 \\ \varphi &= 4\ 59\ 47.35 \\ \log a &= 0.4110315 \end{aligned}$$

Sie beziehen sich auf den Äquator und Frühlingspunkt der Epoche 1850.0 M. Z. Berlin.

Die gesuchten Verbesserungen auf Grund der zuletzt abgeleiteten $\Delta\alpha \cos\delta$ und $\Delta\delta$ bestimmen sich in konventioneller Weise (siehe E.-T., Seite 422 u. f.). Statt der Elementenkorrektionen $\Delta c$ und $\Delta\pi$ führe ich (nach Hansen) $\Delta l$ und $\Delta\chi$ ein, die so bestimmt sind:

$$\Delta c = \Delta l - \Delta\chi \cos\varphi$$

und

$$\Delta\pi = \Delta\chi + 2 \sin^2 {}^1\!/_2 i \, d\Theta .$$

Die Differentialquotienten der geozentrischen Widersprüche nach den Elementen sind doppelt gerechnet und durch Elementenvariation geprüft. Die Differentialgleichungen der Bahnverbesserung lauten nun

a) aus den Rektaszensionen:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | + 1.0942 $\Delta l$ | + 0.0847 (10 $\Delta n$) | − 2.2137 $\Delta\varphi$ | − 0.1503 ($^1/_{10}\Delta\chi$) | − 0.3828 $\Delta i$ | + 0.4764 $\Delta\Theta$ | = + 0".2 |
| 1852 | + 1.5177 | + 0.3356 | + 2.1505 | − 1.6482 | + 0.4005 | + 0.5034 | = − 1.1 |
| 1854 | + 1.2304 | + 0.5919 | − 2.4528 | + 0.3550 | + 0.0290 | + 0.5791 | = + 1.2 |
| 1856 | + 1.6657 | + 1.0270 | + 1.5814 | − 2.3130 | + 0.5635 | + 0.3376 | = + 3.3 |
| 1857 | + 1.2954 | + 0.9643 | + 1.6413 | + 1.9509 | − 0.4097 | + 0.0872 | = + 5.7 |
| 1858 | + 1.1803 | + 1.0347 | − 2.2242 | + 0.8674 | + 0.2334 | + 0.5512 | = + 5.3 |
| 1860 | + 1.8217 | + 1.8392 | + 0.6768 | − 2.8535 | + 0.4134 | + 0.1355 | = − 2.5 |
| 1862 | + 1.1525 | + 1.4657 | − 1.9020 | + 1.3144 | + 0.3789 | + 0.4687 | = + 5.0 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1864 | $+ 1.9508\,\Delta l$ | $+ 2.7376\,(10\,\Delta n)$ | $- 0.5241\,\Delta\varphi$ | $- 3.0840\,(1/10\,\Delta\chi)$ | $+ 0.0890\,\Delta i$ | $+ 0.0058\,\Delta\Theta$ | $=$ | $- 2''.4$ |
| 1865 | $+ 1.2886$ | $+ 1.9806$ | $+ 2.4078$ | $+ 1.0060$ | $- 0.5475$ | $+ 0.3533$ | $=$ | $+ 6.5$ |
| 1866 | $+ 1.1478$ | $+ 1.9141$ | $- 1.5033$ | $+ 1.6946$ | $+ 0.4726$ | $+ 0.3535$ | $=$ | $+ 3.6$ |
| 1867 | $+ 1.8358$ | $+ 3.2990$ | $- 1.6398$ | $- 2.5907$ | $- 0.2957$ | $+ 0.0558$ | $=$ | $+ 14.0$ |
| 1869 | $+ 1.3115$ | $+ 2.5366$ | $+ 2.6085$ | $+ 0.4632$ | $- 0.4253$ | $+ 0.4835$ | $=$ | $+ 5.9$ |
| 1871 | $+ 1.7007$ | $+ 3.7255$ | $- 2.3555$ | $- 1.8928$ | $- 0.5902$ | $+ 0.2270$ | $=$ | $+ 16.5$ |
| 1873 | $+ 1.3095$ | $+ 3.0497$ | $+ 2.5905$ | $- 0.1433$ | $- 0.2678$ | $+ 0.5627$ | $=$ | $+ 12.4$ |
| 1875 | $+ 1.5509$ | $+ 4.0124$ | $- 2.6734$ | $- 1.1392$ | $- 0.5303$ | $+ 0.4077$ | $=$ | $+ 15.1$ |
| 1879 | $+ 1.3933$ | $+ 4.1573$ | $- 2.6929$ | $- 0.4197$ | $- 0.3371$ | $+ 0.5311$ | $=$ | $+ 15.3$ |
| 1881 | $+ 1.4889$ | $+ 4.6498$ | $+ 2.3098$ | $- 1.4146$ | $+ 0.3243$ | $+ 0.5467$ | $=$ | $+ 38.1$ |
| 1883 | $+ 1.2400$ | $+ 4.1885$ | $- 2.4947$ | $+ 0.2137$ | $- 0.1576$ | $+ 0.5701$ | $=$ | $+ 17.0$ |
| 1895 | $+ 1.1427$ | $+ 5.2218$ | $- 1.6726$ | $+ 1.5412$ | $+ 0.4458$ | $+ 0.4048$ | $=$ | $+ 43.2$ |
| 1898 | $+ 1.2371$ | $+ 5.9783$ | $+ 2.4217$ | $+ 0.6313$ | $- 0.5404$ | $+ 0.4147$ | $=$ | $+ 70.3$ |
| 1904 | $+ 1.6146$ | $+ 8.8639$ | $- 2.5793$ | $- 1.4580$ | $- 0.5149$ | $+ 0.3336$ | $=$ | $+ 97.2$ |

b) aus den Deklinationen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | $+ 0.8865\,\Delta l$ | $+ 0.0758\,(10\,\Delta n)$ | $- 1.7301\,\Delta\varphi$ | $- 0.2585\,(1/10\,\Delta\chi)$ | $+ 0.5050\,\Delta i$ | $- 0.6165\,\Delta\Theta$ | $=$ | $- 3''.9$ |
| 1852 | $- 1.0442$ | $- 0.2189$ | $- 1.2689$ | $+ 1.3071$ | $+ 0.5772$ | $+ 0.7254$ | $=$ | $- 2.1$ |
| 1854 | $+ 0.9295$ | $+ 0.4385$ | $- 1.8336$ | $+ 0.4375$ | $- 0.0381$ | $- 0.7615$ | $=$ | $- 0.9$ |
| 1856 | $- 0.9365$ | $- 0.5627$ | $- 0.5635$ | $+ 1.4402$ | $+ 0.9940$ | $+ 0.5954$ | $=$ | $+ 0.4$ |
| 1857 | $- 0.3746$ | $- 0.2875$ | $- 0.3330$ | $- 0.6649$ | $- 1.3935$ | $+ 0.2964$ | $=$ | $- 2.7$ |
| 1858 | $+ 0.8683$ | $+ 0.7517$ | $- 1.5678$ | $+ 0.8109$ | $- 0.3102$ | $- 0.7327$ | $=$ | $+ 5.2$ |
| 1860 | $- 0.5253$ | $- 0.5165$ | $+ 0.1378$ | $+ 0.8862$ | $+ 1.3226$ | $+ 0.4337$ | $=$ | $- 1.5$ |
| 1862 | $+ 0.7550$ | $+ 0.9507$ | $- 1.1388$ | $+ 1.0119$ | $- 0.5553$ | $- 0.6869$ | $=$ | $+ 3.7$ |
| 1864 | $- 0.0879$ | $- 0.1099$ | $+ 0.3567$ | $+ 0.1058$ | $+ 1.5979$ | $+ 0.1041$ | $=$ | $- 0.1$ |
| 1865 | $- 0.7395$ | $- 1.1410$ | $- 1.3481$ | $- 0.6575$ | $- 0.9465$ | $+ 0.6108$ | $=$ | $- 3.2$ |
| 1866 | $+ 0.6322$ | $+ 1.0443$ | $- 0.6751$ | $+ 1.0610$ | $- 0.8161$ | $- 0.6104$ | $=$ | $+ 2.8$ |
| 1867 | $+ 0.3574$ | $+ 0.6519$ | $- 0.1071$ | $- 0.5968$ | $+ 1.5436$ | $- 0.2914$ | $=$ | $+ 1.2$ |
| 1869 | $- 0.8779$ | $- 1.6982$ | $- 1.7454$ | $- 0.3179$ | $- 0.6348$ | $+ 0.7217$ | $=$ | $- 4.6$ |
| 1871 | $+ 0.8181$ | $+ 1.8022$ | $- 0.9630$ | $- 1.0348$ | $+ 1.2621$ | $- 0.4855$ | $=$ | $+ 9.2$ |
| 1873 | $- 0.9780$ | $- 2.2775$ | $- 1.9344$ | $+ 0.1087$ | $- 0.3586$ | $+ 0.7536$ | $=$ | $- 12.7$ |
| 1875 | $+ 0.9385$ | $+ 2.4312$ | $- 1.5767$ | $- 0.7449$ | $+ 0.8812$ | $- 0.6775$ | $=$ | $+ 10.1$ |
| 1879 | $+ 0.9720$ | $+ 2.8984$ | $- 1.8906$ | $- 0.2581$ | $+ 0.4816$ | $- 0.7589$ | $=$ | $+ 11.2$ |
| 1881 | $- 1.0830$ | $- 3.3711$ | $- 1.4998$ | $+ 1.2080$ | $+ 0.4460$ | $+ 0.7518$ | $=$ | $- 30.1$ |
| 1883 | $+ 0.9319$ | $+ 3.1466$ | $- 1.8773$ | $+ 0.1838$ | $+ 0.2084$ | $- 0.7540$ | $=$ | $+ 15.0$ |
| 1895 | $+ 0.6876$ | $+ 3.1325$ | $- 0.8714$ | $+ 1.0650$ | $- 0.7091$ | $- 0.6439$ | $=$ | $+ 29.8$ |
| 1898 | $- 0.8333$ | $- 4.0332$ | $- 1.5965$ | $- 0.5423$ | $- 0.8078$ | $+ 0.6198$ | $=$ | $- 54.8$ |
| 1904 | $+ 0.8294$ | $+ 4.5560$ | $- 1.2855$ | $- 0.7942$ | $+ 1.0009$ | $- 0.6485$ | $=$ | $+ 56.1$ |

Allen Normalörtern habe ich gleiches Gewicht gegeben. Um die Gleichungen homogen zu machen, habe ich eingeführt:

$$x = 2\,\Delta l \qquad t = 3\,(1/10\,\Delta\chi)$$
$$y = 90\,\Delta n \qquad u = 2\,\Delta i$$
$$z = 3\,\Delta\varphi \qquad w = \Delta\Theta$$

und 100″ als Einheit für die B — R. Damit erhält man folgende Gestalt der Gleichungen

a) für die Rektaszensionen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | $+ 0.5471\,x$ | $+ 0.0094\,y$ | $- 0.7379\,z$ | $- 0.0501\,t$ | $- 0.1914\,u$ | $+ 0.4764\,w$ | $=$ | $+ 0.0020$ |
| 1852 | $+ 0.7588$ | $+ 0.0373$ | $+ 0.7168$ | $- 0.5494$ | $+ 0.2002$ | $+ 0.5034$ | $=$ | $- 0.0110$ |
| 1854 | $+ 0.6152$ | $+ 0.0658$ | $- 0.8176$ | $+ 0.1183$ | $+ 0.0145$ | $+ 0.5791$ | $=$ | $+ 0.0120$ |
| 1856 | $+ 0.8328$ | $+ 0.1141$ | $+ 0.5271$ | $- 0.7710$ | $+ 0.2818$ | $+ 0.3376$ | $=$ | $+ 0.0330$ |
| 1857 | $+ 0.6477$ | $+ 0.1071$ | $+ 0.5471$ | $+ 0.6503$ | $- 0.2048$ | $+ 0.0872$ | $=$ | $+ 0.0570$ |
| 1858 | $+ 0.5902$ | $+ 0.1150$ | $- 0.7414$ | $+ 0.2801$ | $+ 0.1167$ | $+ 0.5512$ | $=$ | $+ 0.0530$ |
| 1860 | $+ 0.9108$ | $+ 0.2044$ | $+ 0.2256$ | $- 0.9512$ | $+ 0.2067$ | $+ 0.1355$ | $=$ | $- 0.0250$ |
| 1862 | $+ 0.5762$ | $+ 0.1629$ | $- 0.6340$ | $+ 0.4381$ | $+ 0.1894$ | $+ 0.4687$ | $=$ | $+ 0.0500$ |
| 1864 | $+ 0.9754$ | $+ 0.3042$ | $- 0.1747$ | $- 0.0280$ | $+ 0.0445$ | $+ 0.0058$ | $=$ | $- 0.0240$ |
| 1865 | $+ 0.6443$ | $+ 0.2201$ | $+ 0.8026$ | $+ 0.3353$ | $- 0.2738$ | $+ 0.3533$ | $=$ | $+ 0.0650$ |
| 1866 | $+ 0.5739$ | $+ 0.2127$ | $- 0.5011$ | $+ 0.5649$ | $+ 0.2365$ | $+ 0.3535$ | $=$ | $+ 0.0360$ |
| 1867 | $+ 0.9179$ | $+ 0.3666$ | $- 0.5466$ | $- 0.8636$ | $- 0.1478$ | $+ 0.0558$ | $=$ | $+ 0.1340$ |
| 1869 | $+ 0.6558$ | $+ 0.2818$ | $+ 0.8695$ | $+ 0.1544$ | $- 0.2126$ | $+ 0.4835$ | $=$ | $+ 0.0590$ |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1871 | $+0.8503x$ | $+0.4139y$ | $-0.7852z$ | $-0.6309t$ | $-0.2951u$ | $+0.2270w$ | $=$ | $+0.1650$ |
| 1873 | $+0.6548$ | $+0.3389$ | $+0.8635$ | $-0.0478$ | $-0.1339$ | $+0.5627$ | $=$ | $+0.1240$ |
| 1875 | $+0.7755$ | $+0.4458$ | $-0.8911$ | $-0.3797$ | $-0.2652$ | $+0.4077$ | $=$ | $+0.1510$ |
| 1879 | $+0.7966$ | $+0.4619$ | $-0.8976$ | $-0.1399$ | $-0.1686$ | $+0.5311$ | $=$ | $+0.1530$ |
| 1881 | $+0.7444$ | $+0.5166$ | $+0.7699$ | $-0.4715$ | $+0.1622$ | $+0.5467$ | $=$ | $+0.3810$ |
| 1883 | $+0.7200$ | $+0.4654$ | $-0.8316$ | $+0.0712$ | $-0.0788$ | $+0.5701$ | $=$ | $+0.1700$ |
| 1895 | $+0.5714$ | $+0.5802$ | $-0.5575$ | $+0.5137$ | $+0.2229$ | $+0.4048$ | $=$ | $+0.4320$ |
| 1898 | $+0.6186$ | $+0.6643$ | $+0.8072$ | $+0.2104$ | $-0.2702$ | $+0.4147$ | $=$ | $+0.7030$ |
| 1904 | $+0.8073$ | $+0.9849$ | $-0.8598$ | $-0.4860$ | $-0.2574$ | $+0.3336$ | $=$ | $+0.9720$ |

b) für die Deklinationen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | $+0.4432x$ | $+0.0084y$ | $-0.5767z$ | $-0.0862t$ | $+0.2525u$ | $-0.6165w$ | $=$ | $-0.0390$ |
| 1852 | $-0.5221$ | $-0.0243$ | $-0.4230$ | $+0.4357$ | $+0.2886$ | $+0.7254$ | $=$ | $-0.0210$ |
| 1854 | $+0.4648$ | $+0.0487$ | $-0.6112$ | $+0.1458$ | $-0.0190$ | $-0.7615$ | $=$ | $-0.0090$ |
| 1856 | $-0.4682$ | $-0.0625$ | $-0.1878$ | $+0.4801$ | $+0.4979$ | $+0.5954$ | $=$ | $+0.0040$ |
| 1857 | $-0.1873$ | $-0.0319$ | $-0.1110$ | $-0.2216$ | $-0.6968$ | $+0.2961$ | $=$ | $-0.0270$ |
| 1858 | $+0.4342$ | $+0.0835$ | $-0.5226$ | $+0.2703$ | $-0.1551$ | $-0.7327$ | $=$ | $+0.0520$ |
| 1860 | $-0.2626$ | $-0.0576$ | $+0.0459$ | $+0.2954$ | $+0.6613$ | $+0.4337$ | $=$ | $-0.0150$ |
| 1862 | $+0.3775$ | $+0.1056$ | $-0.3796$ | $+0.3373$ | $-0.2776$ | $-0.6869$ | $=$ | $+0.0370$ |
| 1864 | $-0.0440$ | $-0.0122$ | $+0.1189$ | $+0.0353$ | $+0.7990$ | $+0.1041$ | $=$ | $-0.0010$ |
| 1865 | $-0.3698$ | $-0.1268$ | $-0.4494$ | $-0.2192$ | $-0.4732$ | $+0.6108$ | $=$ | $-0.0320$ |
| 1866 | $+0.3161$ | $+0.1160$ | $-0.2250$ | $+0.3536$ | $-0.4080$ | $-0.6104$ | $=$ | $+0.0280$ |
| 1867 | $+0.1787$ | $+0.0724$ | $-0.0357$ | $-0.1990$ | $+0.7718$ | $-0.2914$ | $=$ | $+0.0120$ |
| 1869 | $-0.4389$ | $-0.1887$ | $-0.5818$ | $-0.1960$ | $-0.3174$ | $+0.7217$ | $=$ | $-0.0460$ |
| 1871 | $+0.4093$ | $+0.2002$ | $-0.3210$ | $-0.3449$ | $+0.6310$ | $-0.4855$ | $=$ | $+0.0980$ |
| 1873 | $-0.4890$ | $-0.2531$ | $-0.6448$ | $+0.0362$ | $-0.1793$ | $+0.7536$ | $=$ | $-0.1270$ |
| 1875 | $+0.4693$ | $+0.2702$ | $-0.5256$ | $-0.2483$ | $+0.4406$ | $-0.6775$ | $=$ | $+0.1010$ |
| 1879 | $+0.4860$ | $+0.3220$ | $-0.6302$ | $-0.0860$ | $+0.2408$ | $-0.7589$ | $=$ | $+0.1120$ |
| 1881 | $-0.5415$ | $-0.3746$ | $-0.4999$ | $+0.4027$ | $+0.2230$ | $+0.7518$ | $=$ | $-0.3010$ |
| 1883 | $+0.4660$ | $+0.3496$ | $-0.6258$ | $+0.0613$ | $+0.1042$ | $-0.7540$ | $=$ | $+0.1500$ |
| 1895 | $+0.3438$ | $+0.3481$ | $-0.2905$ | $+0.3551$ | $-0.3546$ | $-0.6430$ | $=$ | $+0.2980$ |
| 1898 | $+0.6186$ | $+0.6643$ | $+0.8072$ | $+0.2104$ | $-0.2702$ | $+0.4147$ | $=$ | $-0.5480$ |
| 1904 | $+0.8073$ | $+0.9849$ | $-0.8598$ | $-0.4860$ | $-0.2574$ | $+0.3336$ | $=$ | $+0.5610$ |

Daraus folgen die Normalgleichungen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $+15.0903x$ | $+6.8578y$ | $-2.6331z$ | $-3.8870t$ | $+0.0531u$ | $+0.0422w$ | $+3.6848$ | $=$ | $0$ |
| $+6.8578$ | $+4.6737$ | $-1.7874$ | $-1.4315$ | $+0.0264$ | $+0.0247$ | $+3.2412$ | $=$ | $0$ |
| $-2.6331$ | $-1.7874$ | $+15.5783$ | $+0.0433$ | $+0.2304$ | $+0.0525$ | $-0.7027$ | $=$ | $0$ |
| $-3.8870$ | $-1.4315$ | $+0.0433$ | $+7.6908$ | $-0.0426$ | $-0.0164$ | $-0.5046$ | $=$ | $0$ |
| $+0.0531$ | $+0.0264$ | $+0.2304$ | $-0.0426$ | $+5.3414$ | $-1.0937$ | $+0.0436$ | $=$ | $0$ |
| $+0.0422$ | $+0.0247$ | $+0.0525$ | $-0.0164$ | $-1.0937$ | $+12.5324$ | $-0.1822$ | $=$ | $0$ |

Die Auflösung dieser Gleichungen nach dem Gaußschen Eliminationsverfahren liefert das folgende System von Unbekannten:

$\log x = 9.31420_n$ $\quad$ $\log t = 8.27974$
$\log y = 0.00686$ $\quad$ $\log u = 5.91613$
$\log z = 8.56357$ $\quad$ $\log w = 8.19707_n$

und damit die folgenden Korrektionen der Bahnelemente:

$\Delta l = -10''.308$ und $\Delta c = -16''.631$
$\Delta n = +1.1288$
$\Delta \varphi = +1.220$
$\Delta \chi = +6.348$ $\quad$ $\Delta \pi = +6.028$
$\Delta i = +0.004$
$\Delta \Theta = -1.574$ $\quad$ $\Delta \omega = +7.602$.

Damit lauten die verbesserten Elemente:

Epoche 1850 Jan. 0.0 M. Z. Berlin.

$c = 210°\,46'\,17''.67$
$n = 313365''.5655$ (jul. Jahr)
$\pi = 122°\,35'\,15''.81$ | Äquator
$\Theta = 18\;48\;39.55$ | Äquator
$i = +37\;10\;40.33$ | Äquator
$\varphi = 4\;59\;48.57$
$\log a = 0.4110305$

Die Darstellung (B — R) wird die folgende:

| Datum | $\Delta\alpha' \cos\delta'$ | $\Delta\delta'$ |
|---|---|---|
| 1850 Dez. 6.5 | +14″.1 | + 5″.9 |
| 1852 März 17.5 | +10.0 | — 8.5 |
| 1854 Okt. 1.5 | +11.0 | + 4.5 |
| 1856 Febr. 24.5 | + 8.9 | — 2.2 |
| 1857 Juni 21.5 | + 5.0 | — 2.0 |
| 1858 Sept. 25.5 | + 8.8 | + 5.0 |
| 1860 Febr. 15.5 | — 3.3 | — 1.1 |
| 1862 Sept. 21.5 | + 2.6 | + 0.7 |
| 1864 Jan. 17.5 | —10.6 | — 0.1 |
| 1865 Mai 22.5 | — 5.6 | + 5.1 |
| 1866 Sept. 10.5 | — 4.9 | — 3.2 |
| 1867 Dez. 16.0 | — 1.2 | — 2.4 |
| 1869 Mai 4.5 | —11.9 | + 9.0 |
| 1871 Dez. 10.5 | — 3.6 | — 1.0 |
| 1873 Mai 2.5 | —10.7 | + 6.4 |
| 1875 Nov. 16.5 | — 9.6 | — 6.3 |
| 1879 Okt. 29.5 | —12.9 | —10.2 |
| 1881 März 21.5 | — 0.1 | — 1.0 |
| 1883 Okt. 31.5 | —13.7 | — 9.9 |
| 1895 Sept. 14.5 | — 2.3 | + 0.9 |
| 1898 Mai 28.5 | +12.9 | —14.7 |
| 1904 Nov. 14.5 | +18.4 | +14.3 |

Die üblichen Kontrollen sind im Verlaufe der Ausgleichung an allen Stellen beobachtet worden. Es ergibt sich aus nebenstehenden Restfehlern

$$\Sigma(vv) = 3014''.2$$

während $(nn_6) = 3021.7$

folgt. Wenn man die Größe der in Frage kommenden Zahlen berücksichtigt, bedeutet dies eine gute Übereinstimmung. Der mittlere Fehler eines Normalorts stellt sich zu $\pm 8''.92$. Die mittleren Fehler der Elementenkorrektionen sind:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \pm\ 2''.08 \\ \Delta n &= \pm\ 0.080 \\ \Delta\varphi &= \pm\ 0.77 \\ \Delta\chi &= \pm 11.57 \\ \Delta i &= \pm\ 1.95 \\ \Delta\Theta &= \pm\ 2.54\ . \end{aligned}$$

Daraus folgt, wegen der zwischen $\Delta c$, $\Delta l$, $\Delta\pi$, $\Delta\chi$ und $\Delta\Theta$ bestehenden Relationen:

$$\begin{aligned} \Delta c &= \pm 11''.72 \\ \Delta\pi &= \pm 11.58\ . \end{aligned}$$

## § 4. Revision der von Hansen übernommenen Gleichungen.

Nachdem ich gesehen hatte, daß durch Elementenkorrektionen eine völlige Darstellung der N. O. nicht zu erzielen war, habe ich zunächst die Hansenschen N. O. revidiert, die (besonders in den ersten Jahren) auf sehr zahlreichen Beobachtungen beruhen. Im wesentlichen habe ich die Positionen der verwandten Vergleichsterne aus neueren Katalogen korrigiert und auch die Vergleichungen mit den Ephemeriden im Falle einer größeren Abweichung vom Mittel nachgerechnet.

In einem Falle (1864) habe ich mich veranlaßt gesehen, den N. O. auf eine andere Zeit zu legen; da die folgenden Daten für die in der Einleitung erwähnte später erforderliche neue Ausgleichung dienen sollen, gebe ich auch diesen Ort an. Man lese übrigens E.-T. 418 u. 419 und die Antwort der dort genannten Beobachter A. N. 74.270 und A. N. 78.167 [1]).

Ich erhalte folgende N. O. für die früher gegebenen Daten, nur 1864 für Jan. 10.5 (statt 17.5):

| | $\alpha$ | $\delta$ | $\alpha_t$ | $\delta_t$ |
|---|---|---|---|---|
| 1850 | 23° 42′ 36″.4 | + 9° 39′ 28″.7 | 36″.2 | 30″.9 |
| 1852 | 177 58 25.1 | +24 41 5.9 | 28.8 | 5.7 |
| 1854 | 23 21 23.2 | — 3 42 42.1 | 24.0 | 38.5 |
| 1856 | 162 16 7.8 | +36 8 3.7 | 7.0 | 2.9 |
| 1857 | 261 14 16.6 | —41 1 9.6 | 13.3 | 9.6 |
| 1858 | 10 23 33.6 | —14 16 15.0 | 35.3 | 15.8 |
| 1860 | 137 53 47.8 | +44 45 31.5 | 47.3 | 33.8 |
| 1862 | 356 52 41.1 | —23 46 9.5 | 41.6 | 10.0 |
| 1864 | 116 23 32.7 | +47 18 16.8 | 39.2 | 16.7 |
| 1865 | 233 1 1.2 | —26 39 3.5 | 2.6 | 3.7 |

Die Größen $\alpha_t$ und $\delta_t$ sind die aus den Tafeln gerechneten Positionen.

[1]) Hansen lenkt bei der Bildung dieses N. O. (1864) die Aufmerksamkeit auf eine bemerkenswerte Diskordanz zwischen den Beobachtungsmitteln verschiedener Sternwarten: Die RA., von Argelander in Bonn bestimmt, weichen gegen die Leidener im Mittel um 10″ ab. Noch größere Differenzen ergeben sich zwischen den Beobachtungen in Kremsmünster und Washington. In dem zitierten Aufsatze stellt Argelander eine umfassende Untersuchung seiner Helligkeitsgleichung an und beweist überzeugend, daß die von ihm angegebenen RA. keiner Korrektionen bedürfen. In dem weiter zitierten Aufsatze ist von A. Hall eine Neureduktion des diese Opposition betreffenden Beobachtungsmaterials gegeben, wodurch eine befriedigende Übereinstimmung erzielt wird.

Ich habe die Vergleichstern-Position auch hier revidiert und auf Grund neuerer Beobachtungen verbessert. Die Kremsmünsterer Beob. sind hier, wie auch in vielen anderen Fällen, ausgeschlossen, in RA. auch die Leidener. So erhalte ich den angeführten Normalort für die Zeit 1864 Jan. 10.5, die dem Mittel der Beobachtungszeiten angenähert entspricht, während die von Hansen gewählte (Jan. 17.5) ganz außerhalb des Messungszeitraums liegt.

Ich möchte übrigens noch darauf hinweisen, daß gerade für die Egeria die Auffindung von älteren, vor der Entdeckung liegenden zufälligen Beobachtungen von größter Wichtigkeit ist. Für die Amphitrite sind solche aus den Jahren 1825 und 1847 mit Sicherheit nachgewiesen; bei der Egeria macht die geringere Helligkeit (in der Opposition $9^m.3 - 10^m.3$) Bemühungen in dieser Richtung leider wahrscheinlich zwecklos.

Die so erhaltenen B — R, wieder wegen Änderung der Sonnenelemente, Jupitermasse und der durch die Ausgleichung erhaltenen Korrektion der Egeriaelemente berichtigt, ergeben sich zu:

| | $\Delta\alpha \cos\delta$ | $\Delta\delta$ | | $\Delta\alpha \cos\delta$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | +11″.8 | +5″.7 | 1858 | + 8″.4 | +5″.9 |
| 1852 | + 9.4 | −7.0 | 1860 | − 0.2 | −1.6 |
| 1854 | +13.1 | +4.4 | 1862 | + 3.7 | +1.2 |
| 1856 | + 8.4 | −2.9 | 1864 | −14.0 | +0.9 |
| 1857 | + 8.6 | −0.8 | 1865 | − 8.6 | +5.6 |

Zum Schlusse dieser ziemlich umfangreichen Revisionsarbeiten, die übrigens, wie man durch Vergleichung ersieht, nur ganz geringe Änderungen involvieren, habe ich auch die Differentialquotienten nach- bezw. neugerechnet; man erhält:

| | | $\Delta l$ | $10\,\Delta n$ | $^1/_{10}\,\Delta\chi$ | $\Delta i$ | $\Delta\Theta$ | $\Delta\varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| RA. | 1850 | +1.0942 | +0.0846 | −0.1499 | −0.3828 | +0.4674 | −2.2137 |
| | 1852 | +1.5175 | +0.3357 | −1.6487 | +0.4004 | +0.5034 | +2.1505 |
| | 1854 | +1.2304 | +0.5918 | +0.3546 | +0.0290 | +0.5791 | −2.4530 |
| | 1856 | +1.6657 | +1.0269 | −2.3129 | +0.5635 | +0.3375 | +1.5818 |
| | 1857 | +1.2953 | +0.9644 | +1.9510 | −0.4097 | +0.0871 | +1.6409 |
| | 1858 | +1.1804 | +1.0346 | +0.8671 | +0.2333 | +0.5512 | −2.2245 |
| | 1860 | +1.8219 | +1.8394 | −2.8537 | +0.4133 | +0.1355 | +0.6773 |
| | 1862 | +1.1526 | +1.4657 | +1.3143 | +0.3789 | +0.4686 | −1.9021 |
| | 1864 | +1.9585 | +2.7495 | −3.0957 | +0.1295 | +0.0057 | −0.5250 |
| | 1865 | +1.2887 | +1.9807 | +1.0062 | −0.5475 | +0.3533 | +2.4078 |
| Dekl. | 1850 | +0.8869 | +0.0758 | −0.2587 | +0.5050 | −0.6165 | −1.7308 |
| | 1852 | −1.0443 | −0.2190 | +1.3071 | +0.5770 | +0.7254 | −1.2694 |
| | 1854 | +0.9295 | +0.4384 | +0.4373 | −0.0381 | −0.7613 | −1.8337 |
| | 1856 | −0.9366 | −0.5627 | +1.4566 | +0.9940 | +0.5955 | −0.5638 |
| | 1857 | −0.3758 | −0.2882 | −0.6725 | −1.3935 | +0.2964 | −0.3383 |
| | 1858 | +0.8684 | +0.7517 | +0.8213 | −0.3102 | −0.7327 | −1.5680 |
| | 1860 | −0.5253 | −0.5162 | +0.8963 | +1.3227 | +0.4337 | +0.1376 |
| | 1862 | +0.7551 | +0.9509 | +1.0117 | −0.5553 | −0.6869 | −1.1391 |
| | 1864 | −0.1588 | −0.2099 | +0.2124 | +1.6111 | +0.0709 | +0.3633 |
| | 1865 | −0.7394 | −1.1409 | −0.6576 | −0.9465 | +0.6108 | −1.3481 |

Auch hier sind die Hansenschen Koeffizienten nur unwesentlich geändert.

## § 5. Weitere Beobachtungen der Erscheinung 1904.

Nachdem ich die Ausgleichung und einen größeren Teil der vorangehenden Arbeiten erledigt hatte, wurden die folgenden in Jena und Washington erhaltenen Beobachtungen veröffentlicht. Ich habe diese ebenso wie die früheren bearbeitet und in einem Normalort vereinigt.

| M. Z. Berlin | * | $\alpha$ geoz. | Par. | $\delta$ geoz. | Par. | B — R $\Delta\alpha$ | B — R $\Delta\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Jena.** Beobachter O. Knopf. Refraktor, Universitätssternwarte. A. N. 170.187. | | | | | | | |
| Nov. 25.29137 | 3 | $3^h\,45^m\,51^s.41$ | $-0^s.26$ | +29° 6′ 49″.1 | +3″.3 | +7ˢ.37 | +1′ 5″.6 |
| 28.31988 | 3 | 3 42 2.20 | −0.23 | +29 16 10.7 | +2.9 | +7.17 | +1 5.5 |
| **Washington.** Beobachter J. C. Hammond. 12-zöll. Refraktor d. U. S. Naval Obs. A. J. 25.12. | | | | | | | |
| Nov. 28.68359 | 3 | 3 41 34.98 | −0.06 | +29 19 14.4 | +1.1 | +7.22 | +1 6.7 |
| 30.59111 | 2 | 3 39 12.94 | −0.23 | +29 22 23.9 | +1.4 | +7.13 | +1 5.3 |
| 30.60504 | 1 | 3 39 12.09 | −0.20 | +29 22 25.2 | +1.4 | +7.30 | +1 4.4 |

Diese Beobachtungen sind mit der folgenden, die Tafelelemente und Störungen enthaltenden Ephemeride, die ich von zwei zu zwei Tagen gerechnet habe, verglichen worden:

| M. Z. Berlin | $\alpha$ | $\delta$ | log $\Delta$ | Aberr.-Zeit |
|---|---|---|---|---|
| Nov. 23.5 | $3^h 48^m\ 0^s.32$ | $+28°\ 59'\ 34''.0$ | 0.168169 | $12^m 14^s.2$ |
| 24.5 | 3 46 44.21 | +29 3 3.9 | 0.168091 | 12 14.1 |
| 25.5 | 3 45 28.19 | +29 6 24.7 | 0.168097 | 12 14.1 |
| 26.5 | 3 44 12.34 | +29 9 36.9 | 0.168186 | 12 14.3 |
| 27.5 | 3 42 56.75 | +29 12 40.6 | 0.168360 | 12 14.6 |
| 28.5 | 3 41 41.52 | +29 15 36.3 | 0.168617 | 12 15.0 |
| 29.5 | 3 40 26.75 | +29 18 24.1 | 0.168957 | 12 15.6 |
| 30.5 | 3 39 12.54 | +29 21 4.4 | 0.169377 | 12 16.3 |
| Dez. 1.5 | 3 37 59.01 | +29 23 37.3 | 0.169876 | 12 17.1 |

Die Ephemeride enthält, wie alle früher angegebenen, wahre geozentrische Örter.

Das Mittel der Differenzen Beobachtung minus Ephemeride beträgt $+7^s.24$ in $\alpha$ und $+65''.5$ in $\delta$; damit ergibt sich der Normalort:

1904 Nov. 29.5 M. Z. Berlin $\alpha = 3^h 40^m 33^s.99$ $\delta = +29° 19' 29''.6$.

Für diesen Zeitmoment habe ich den Ort aus meinen Elementen (dem Resultat der Ausgleichung) gerechnet, dabei aber die Störungen auf die Newcombsche Jupitermasse transformiert und die Überführung auf den geozentrischen Ort unter Benutzung der Leverrierschen Sonnenörter ausgeführt; ich erhalte (durch 6-stellige Rechnung, wie in allen früheren Fällen):

1904 Nov. 29.5 M. Z. Berlin $\alpha = 3^h 40^m 32^s.72$ $\delta = +29° 19' 15''.1$,

somit bleibt $(B - R)_\alpha = +1^s.27$, $(B - R)_\delta = +14''.5$; ferner ist $\Delta\alpha \cos\delta = +16''.6$.

Für eventuelle weitere Untersuchungen habe ich auch die Differentialquotienten dieser Größen nach den Elementen gerechnet; die aus diesem Normalort resultierenden Bedingungsgleichungen lauten:

$$+ 1.58783\,\Delta l + 87.14018\,\Delta n - 2.56080\,\Delta\varphi - 0.14175\,\Delta\chi - 0.59073\,\Delta i + 0.33364\,\Delta\theta = +17''.1$$
$$+ 0.90920 \quad + 49.96509 \quad - 1.35882 \quad - 0.09211 \quad + 1.05233 \quad - 0.59435 = +14.8$$

Die mit diesen Koeffizienten gerechneten B — R stimmen innerhalb von $0''.3$ bezw. $0''.6$ mit den obigen überein.

Schließlich gebe ich noch die Örter der oben benutzten Vergleichsterne an, sie sind wie die früheren abgeleitet und auf das Auwerssche System des neuen Fundamentalkatalogs der AG. bezogen:

| Nr. | M. Äqu. | $\alpha$ | $\delta$ | Autorität |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1904.0 | $3^h 37^m 42^s.44$ | $+29° 23' 12''.0$ | $\alpha$ 1/4 (3 AG. Cambr. + 1 Quet.), $\delta$ AG. Cambr. |
| 2 | 1904.0 | 3 38 3.31 | +29 22 42.1 | AG. Cambridge |
| 3 | 1904.0 | 3 41 44.78 | +29 5 45.6 | $\alpha$ 1/3 (2 Yar. + AG. Cambr.), $\delta$ 1/5 (Yar. + 4 AG. Cambr.) |

## § 6. Beobachtungen während der Opposition 1906.

Um den Verlauf der bereits in den einleitenden Worten besprochenen Gesetzmäßigkeit in den Restfehlern möglichst weit zu verfolgen, habe ich nach Abschluß der vorangehenden Untersuchungen noch die Opposition 1906 abgewartet und durch Rechnung einer angenäherten Ephemeride die folgenden Beobachtungen auf der Berliner Königl. und der Urania-Sternwarte veranlaßt. Ferner erhielt ich noch von Herrn Professor Abetti aus Florenz, durch gütige Vermittlung seines Sohnes, einige weitere Messungen; die Auffindung war dort im Anschluß an die von Wolf-Königstuhl in den A. N. gegebenen photographischen Positionen erfolgt.

Diese Beobachtungen habe ich mit der folgenden, nach den E.-T. in viertägigen Intervallen für $12^h$ M. Z. Berlin gerechneten Ephemeride verglichen:

| 1906 | $\alpha$ | $\delta$ | log $\Delta$ | Ab.-Zeit |
|---|---|---|---|---|
| April 1 | $13^h 41^m 59^s.08$ | $+2° 1' 36''.3$ | 0.183658 | $12^m 41^s$ |
| 2 | 13 40 58.11 | +2 1 55.2 | 0.183081 | 12 40 |
| 3 | 13 39 56.42 | +2 2 9.6 | 0.182581 | 12 39 |
| 4 | 13 38 54.07 | +2 2 19.3 | 0.182159 | 12 39 |
| 5 | 13 37 51.11 | +2 2 23.9 | 0.181813 | 12 38 |
| 6 | 13 36 47.64 | +2 2 23.0 | 0.181545 | 12 38 |
| 7 | 13 35 43.70 | +2 2 16.4 | 0.181355 | 12 37 |
| 8 | 13 34 39.36 | +2 2 3.8 | 0.181243 | 12 37 |
| 9 | 13 33 34.71 | +2 1 45.1 | 0.181209 | 12 37 |
| 10 | 13 32 29.81 | +2 1 19.9 | 0.181254 | 12 37 |
| 11 | 13 31 24.75 | +2 0 48.2 | 0.181377 | 12 37 |

| 1906 | α | δ | log Δ | Ab.-Zeit |
|---|---|---|---|---|
| April 12 | $13^h30^m19^s.57$ | $+2°\ 0'\ 9''.7$ | 0.181579 | $12^m36^s$ |
| 13 | 13 29 14.37 | +1 59 24.3 | 0.181859 | 12 38 |
| 14 | 13 28 9.22 | +1 58 31.9 | 0.182219 | 12 38 |
| 15 | 13 27 4.18 | +1 57 32.3 | 0.182656 | 12 39 |
| 16 | 13 25 59.33 | +1 56 25.2 | 0.183170 | 12 40 |
| 17 | 13 24 54.75 | +1 55 10.5 | 0.183763 | 12 41 |
| 18 | 13 23 50.50 | +1 53 48.0 | 0.184433 | 12 42 |
| 19 | 13 22 46.67 | +1 52 17.6 | 0.185179 | 12 44 |
| 20 | 13 21 43.32 | +1 50 39.0 | 0.186001 | 12 45 |
| 21 | 13 20 40.53 | +1 48 52.1 | 0.186897 | 12 47 |
| 22 | 13 19 38.37 | +1 46 56.7 | 0.187868 | 12 48 |
| 23 | 13 18 36.92 | +1 44 52.9 | 0.188911 | 12 50 |
| 24 | 13 17 36.22 | +1 42 40.4 | 0.190026 | 12 51 |
| 25 | 13 16 36.35 | +1 40 19.5 | 0.191211 | 12 54 |
| 26 | 13 15 37.39 | +1 37 50.3 | 0.192465 | 12 56 |
| 27 | 13 14 39.37 | +1 35 12.8 | 0.193788 | 12 59 |
| 28 | 13 13 42.35 | +1 32 26.6 | 0.195175 | 13 1 |
| 29 | 13 12 46.35 | +1 29 32.0 | 0.196628 | 13 4 |

Als Vergleichstern-Positionen habe ich die folgenden abgeleitet, die auf den neuen Fundamentalkatalog reduziert sind. »Mer.« bedeutet, daß die Position am großen Meridiankreise der Kgl. Sternwarte Berlin durch Herrn Dr. Courvoisier gewonnen ist (unpersönliches Mikrometer). Sie sind sämtlich auf 1906.0 bezogen.

| Nr. | α | δ | Autorität |
|---|---|---|---|
| 1 | $13^h13^m38^s.00$ | $+1°\ 32'\ 26''.8$ | $^1/_2$ (AG. Albany + Mer.) |
| 2 | 13 19 18.00 | +1 41 47.3 | $^1/_2$ (AG. Albany + Mer.) |
| 3 | 13 19 30.97 | +1 53 26.5 | α $^1/_4$ (Romb. + AG. Alb. + 2 Mer.), δ $^1/_8$ (3 Romb. + AG. Alb. + 4 Mer.) |
| 4 | 13 22 13.02 | +1 43 8.5 | Mer. *) |
| 5 | 13 22 51.44 | +1 57 39.8 | Mer. |
| 6 | 13 25 26.25 | +1 54 47.4 | $^1/_2$ (AG. Alb. + Mer.) |
| 7 | 13 26 59.68 | +2 0 57.8 | Mer. |
| 8 | 13 33 39.66 | +2 2 7.6 | $^1/_2$ (AG. Alb. + Mer.) |
| 9 | 13 33 46.17 | +1 56 59.0 | $^1/_3$ (AG. Alb. + 2 Mer.) |
| 10 | 13 38 33.00 | +1 59 56.7 | α $^1/_2$ (AG. Alb. + Mer.), δ $^1/_3$ (AG. Alb. + 2 Mer.) |
| 11 | 13 40 16.89 | +1 59 55.6 | α $^1/_2$ (AG. Alb. + Mer.), δ $^1/_3$ (AG. Alb. + 2 Mer.) |

Hinsichtlich des auf die Vergleichsterne und die Planetenpositionen bezüglichen Messungsmateriales beschränke ich mich auf die Angaben, die ich auch im früheren gemacht habe, die näheren Mitteilungen werden demnächst in den Astr. Nachr. veröffentlicht werden.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Berlin, Kgl. Sternwarte. Beobachter Courvoisier. Großer Meridiankreis (mit unpersönlichem Mikrometer).** | | | | | | | | |
| April 4.52557 | — | $13^h38^m58^s.88$ | $0^s.00$ | $+2°\ 0'\ 53''.7$ | $+4''.4$ | $+6^s.41$ | $-1'\ 25''.8$ | α Gew. $^1/_2$, nur 5 Punkte |
| 5.52211 | — | 13 37 55.99 | 0.00 | +2 0 58.6 | +4.4 | +6.37 | −1 25.3 | |
| 7.51518 | — | 13 35 49.03 | 0.00 | +2 0 48.7 | +4.5 | +6.30 | −1 27.6 | |
| 8.51173 | — | 13 34 44.89 | 0.00 | +2 0 37.6 | +4.5 | +6.28 | −1 26.0 | |
| 9.50825 | — | 13 33 40.46 | 0.00 | +2 0 18.0 | +4.5 | +6.28 | −1 26.9 | |
| 11.50129 | — | 13 31 30.80 | 0.00 | +1 59 21.5 | +4.5 | +6.13 | −1 26.7 | α Gew. $^1/_2$ (»sehr ver- |
| 12.49781 | — | 13 30 25.93 | 0.00 | +1 58 44.5 | +4.5 | +6.22 | −1 25.3 | [waschenes Bild«) |
| 13.49433 | — | 13 29 20.98 | 0.00 | +1 57 59.2 | +4.4 | +6.24 | −1 25.4 | |
| 16.48387 | — | 13 26 6.68 | 0.00 | +1 55 0.3 | +4.4 | +6.31 | −1 26.0 | |
| **Berlin, Uraniasternwarte. Beobachter Ristenpart. 12-zöll. Refraktor, Fadenmikrometer.** | | | | | | | | |
| April 3.57180 | 11 | 13 39 58.18 | +0.06 | +2 0 44.4 | +4.5 | +6.21 | −1 26.1 | |

*) Aus $^1/_2$(AG. Alb. + Yar.) gegen Mer. folgt E. B. $+0^s.0038$ $-0''.106$.

| M. Z. Berlin | * | α geoz. | Par. | δ geoz. | Par. | B − R Δα | B − R Δδ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Berlin, Kgl. Sternwarte. Beobachter Guthnick. 9-zöll. Refraktor, Fadenmikrometer. | | | | | | | |
| April 7.47122 | 9 | $13^h35^m51^s.84$ | −0$^s$.06 | — | — | +6$^s$.29 | — |
| 7.44969 | 9 | — | — | +2° 0′ 52″.1 | +4″.5 | — | −1′ 24″.8 |
| 8.44216 | 10, 11 | 13 34 49.39 | −0.10 | +2 0 37.8 | +4.5 | +6.30 | −1 26.9 |
| 10.48177 | 10, 11, 8 | 13 32 37.32 | −0.03 | +1 59 55.3 | +4.4 | +6.33 | −1 25.1 |
| 11.48857 | 10, 11 | 13 31 31.82 | −0.01 | — | — | +6.33 | — |
| 11.48838 | 10, 11 | — | — | +1 59 21.5 | +4.4 | — | −1 27.1 |
| 12.45361 | 9, 10, 11 | 13 30 28.96 | −0.06 | +1 58 45.6 | +4.4 | +6.37 | −1 26.0 |
| 16.59681 | 6 | 13 25 59.35 | +0.15 | — | — | +6.29 | — |
| 16.60700 | 6 | — | — | +1 54 52.0 | +4.5 | — | −1 25.5 |
| Arcetri. Beobachter A. Abetti. Refraktor, Lamellenmikrometer. | | | | | | | |
| April 15.36954 | 6, 7 | 13 27 18.94 | −0.20 | +1 56 18.0 | +3.9 | +6.32 | −1 22.6 |
| 16.39798 | 6, 7 | 13 26 12.24 | −0.15 | +1 55 7.8 | +3.9 | +6.31 | −1 24.6 |
| 20.40960 | 4, 5 | 13 21 55.22 | −0.11 | +1 49 24.6 | +3.8 | +6.24 | −1 25.3 |
| 23.38640 | 2, 3 | 13 18 50.14 | −0.13 | +1 43 44.1 | +3.8 | +6.28 | −1 23.3 |
| 28.50012 | 1 | 13 13 48.28 | −0.09 | +1 31 4.9 | +3.8 | +5.94 | −1 21.7 |

Wie man aus der folgenden, nach den Beobachtungszeiten geordneten Zusammenstellung der Werte Beobachtung minus Ephemeride ersieht, lassen sich die Messungen vom 3. bis 16. April (inklusive) durch einfache Mittelung zu einem Normalort vereinigen. Die Beobachtungen vom 20., 23. und 28. April deuten auf eine wesentliche Verminderung der Ephemeridenkorrektion mit zunehmender Zeit hin und sind im weiteren nicht benutzt.

| 1906 | $(B-Eph.)_\alpha$ | $(B-Eph.)_\delta$ | Beob. |
|---|---|---|---|
| April 3 | +6$^s$.21 | −1′ 26″.1 | R |
| 4 | +6.41(½) | −1 25.8 | C |
| 5 | +6.37 | −1 25.3 | C |
| 7 | +6.30 | −1 27.6 | C |
| | +6.29 | −1 24.8 | G |
| 8 | +6.28 | −1 26.0 | C |
| | +6.30 | −1 26.9 | G |
| 9 | +6.28 | −1 26.9 | C |
| 10 | +6.33 | −1 25.1 | G |
| 11 | +6.13(½) | −1 26.7 | C |
| | +6.33 | −1 27.1 | G |
| 12 | +6.22 | −1 25.3 | C |
| | +6.37 | −1 26.0 | G |
| 13 | +6.24 | −1 25.4 | C |
| 15 | +6.31 | −1 22.6 | A |
| 16 | +6.22 | −1 25.3 | C |
| | +6.29 | −1 25.5 | G |
| | +6.31 | −1 24.7 | A |

Die Buchstaben sind Abkürzungen für die Namen der Beobachter.

Als Normalabweichung erhält man:

$$+6^s.29 \quad -1' 25''.8$$

und als Normalort:

1906 April 9.5 $13^h33^m41^s.00$ +2° 0′ 19″.3.

Für die Zeit dieses Normalorts ist nun noch der Wert »Rechnung« aus den durch die Ausgleichung verbesserten Elementen zu bestimmen und zugleich wieder auf die Änderung der Störungen (durch Jupiter) infolge der Einführung der Newcombschen Jupitermasse Rücksicht zu nehmen, während hier der Übergang von Newcombs Sonnentafeln auf die Leverrierschen in seinem Einflusse verschwindet. Man erhält

Rechnung: 1906 April 9.5 $13^h33^m39^s.52$ +2° 0′ 43″.1

folglich: $(B-R)_\alpha = +22''.2$ und $(B-R)_\delta = -23''.8$.

Die aus diesem Normalort hervorgehende Bedingungsgleichung lautet:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} +1.37867\,\Delta l & +77.60346\,\Delta n & +2.62248\,\Delta\varphi & -0.05154\,\Delta\chi & -0.04613\,\Delta i & +0.59834\,\Delta\Theta & = & +22''.2 \\ -1.05347 & -58.81813 & -1.95495 & +0.05225 & -0.06106 & +0.79200 & = & -23.8\,. \end{array}$$

Die oben gegebenen (B − R) lassen sich zur Kontrolle aus Beob. minus ursprüngl. Ephemeride mit Hilfe dieser Koeffizienten ableiten, man erhält die Werte

$$(B-R)_\alpha = +22''.5 \text{ und } (B-R)_\delta = -23''.0$$

die (bei sechsstelliger Rechnung) eine genügende Übereinstimmung mit den obigen zeigen. Dabei beträgt die differentielle Korrektion wegen Änderung der Jupitermasse

in $\Delta\alpha\cos\delta$: +3″.45, in $\Delta\delta$: +4″.14

welche Werte mit Hilfe der Koeffizienten $A_7$ und $B_7$ (siehe E.-T.) gefunden sind:

$$A_7 = -0.26679 \text{ und } B_7 = -0.31982\,.$$

Hiermit glaube ich alles angegeben zu haben, was die Nutzbarmachung der meiner Ausgleichung noch nicht zugrunde liegenden Beobachtungsreihen für eine eventuelle Fortführung der Untersuchungen ermöglicht.

## § 7. Absolute Störungen der Egeria durch die von Hansen nicht berücksichtigten großen Planeten.

Die E.-T. enthalten die Störungen durch Mars, Jupiter und Saturn. Es liegt nahe zu vermuten, daß ein nicht unwesentlicher Teil der überraschend großen Residuen als Störungswirkung der nicht berücksichtigten Planeten anzusehen ist. Andrerseits ist es auch von allgemeinem Interesse, über die Größe dieser Beträge unterrichtet zu sein; bisher sind für Planetoiden, die derselben Gruppe angehören wie die Egeria, absolute Erd- und Venusstörungen meines Wissens noch nicht berechnet worden.

Da man von vornherein weiß, daß es sich nur um kleinere Wirkungen handeln kann, so ist die Wahl der Methode bei der Berechnung sehr wenig eingeschränkt. Ich habe mich dafür entschieden, die periodischen Variationen der Elemente nach der Leverrierschen Methode (so auch die Säkularänderung der mittleren Länge), die Säkularvariationen von Knoten, Neigung, Perihel und Exzentrizität durch die bekannte allgemeinere und bis auf den vierten Grad in bezug auf Neigung und Exzentrizität strenge Integrationsweise zu suchen.

Die Elemente der störenden Planeten habe ich (aus den Pariser Annalen) nach Leverrier angenommen und auf 1850 Jan. 0 reduziert. Für die Egeria habe ich die Hansenschen Elemente, die bisher stets auf den Äquator bezogen waren, auf die Ekliptik umgerechnet und erhalten:

$$\Theta' = 43^\circ 11' 35''.5 \qquad \varpi' = 120^\circ 9' 58''.2$$
$$\varphi' \text{ (bei Leverrier die Neigung)} = 16^\circ 32' 24''.3 .$$

Ferner ist die mittlere Länge zur Epoche 1850.0:

$$\varepsilon' = 330^\circ 56' 32''.5$$

welche Werte für die Störungsrechnung mit der angegebenen Genauigkeit nicht gebraucht werden.

Die Massen der störenden Planeten sind den neueren Bestimmungen entsprechend angenommen (Bauschinger, Tafeln zur theoretischen Astronomie).

Unter Benutzung der Leverrierschen Bezeichnungen ist $\tau$ die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn von $m$ auf $m'$ gezählt in der Bahn von $m$ (die gestrichelten Buchstaben beziehen sich immer auf den sonnenferneren Planeten), $\tau'$ die Länge des absteigenden Knotens von $m'$ auf $m$, gezählt in der Bahn von $m'$, und $\gamma$ die gegenseitige Neigung der Bahnen. Die Größen ergeben sich mit genügender Genauigkeit für Venus:

$$\tau - \tau' = 215^\circ 54'.8 \qquad \gamma = 14^\circ 24'.3$$
$$\eta = \sin \tfrac{1}{2}\gamma = [9\ 0982]$$

und für die Erde ist streng:

$$\gamma = \varphi' = 16^\circ 32'.4 \qquad \tau = \tau' = \Theta' + 180^\circ = 223^\circ 11'.6 .$$

Für $\alpha = \frac{a}{a'}$ erhält man im Falle Venus–Egeria:

$$\alpha = [9.448306]$$

und im Falle Erde–Egeria:

$$\alpha = [9.588969] .$$

Bezeichnet man mit $R_{10}$ die Störungsfunktion, die der Wirkung von $m$ auf $m'$ entspricht, so hat man

$$R_{10} = [r^2 + r'^2 - 2 r r' \cos(r, r')]^{-1/2} - \frac{r' \cos(r, r')}{r^2} = \frac{1}{\Delta} - \frac{r' \cos(r, r')}{r^2} .$$

Die Entwickelung dieser Funktion macht zunächst die Berechnung von Koeffizienten nötig, die bei der Darstellung der Funktion $(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos\psi)^{-s}$ durch die Fouriersche Reihe $\frac{1}{2} B^{(0)} + B^{(1)} \cos\psi + B^{(2)} \cos 2\psi + \cdots$ auftreten.

Für $s = \frac{1}{2}$ bezeichnet Leverrier diese als $b^{(i)}$
» $s = \frac{3}{2}$ » » » » $c^{(i)}$
» $s = \frac{5}{2}$ » » » » $e^{(i)}$ u. s. f.

Die Ableitung dieser Größen nach $\alpha$ schreibt er, indem er setzt:

$$\alpha^n \frac{d^n b^{(i)}}{d\alpha^n} = b_n .$$

Nur $b^{(0)}$ und $b^{(1)}$ sind direkt zu rechnen, die übrigen $b^{(i)}$ wie auch die $c^{(i)}$, $e^{(i)}$ und $f^{(i)}$ erhält man durch Rekursionsformeln (zur Kontrolle gibt Leverrier auch für diese Reihenentwickelungen, Band II der Par. Annalen). Es lassen sich $b^{(0)}$ und $b^{(1)}$ durch bestimmte elliptische Integrale ausdrücken. Es ist nämlich

$$b^{(0)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2\psi}}$$

und

$$b^{(1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \alpha \int_0^\pi \frac{\sin^2\psi}{\sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2\psi}}\, d\psi = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha} \left( \int_0^\pi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2\psi}} - \int_0^\pi \sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2\psi}\, d\psi \right)$$

oder

$$b^{(0)} = \frac{4}{\pi} F_1 \quad \text{und} \quad b^{(1)} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 - E_1}{\alpha}$$

wenn $F_1$ bezw. $E_1$ die vollständigen elliptischen Integrale erster bezw. zweiter Gattung bezüglich des Moduls $\alpha$ bedeuten. Man kann sich also bei Berechnung der $b^{(0)}$ und $b^{(1)}$ der Legendreschen Tafeln der elliptischen Integrale bedienen. Viel

schneller und bedeutend bequemer kommt man zu sehr genauen Werten dieser Koeffizienten durch Benutzung des Verfahrens, das G. Witt in den A. N. 165.46 zur Berechnung der elliptischen Integrale angegeben hat, das ich benutzt und mit den übrigen Verfahren durch Anwendung verglichen habe. Die dort benuzten Bezeichnungen sind so, daß $b^{(0)} = 2\,\mathfrak{K}$, $b^{(1)} = b^{(0)}\left(\frac{1-\mathfrak{L}}{\alpha}\right)$ zu nehmen ist.

Vergleicht man die Entwickelung

$$(a^2 + a'^2 - 2\,a\,a'\cos\psi)^{-1/2} = {}^1/_2 \sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(i)} \cos i\,\psi$$

$$a\,a'\,(a^2 + a'^2 - 2\,a\,a'\cos\psi)^{-3/2} = {}^1/_2 \sum B^{(i)} \cos i\,\psi$$

$$a^2\,a'^2\,(a^2 + a'^2 - 2\,a\,a'\cos\psi)^{-5/2} = {}^1/_2 \sum C^{(i)} \cos i\,\psi$$

$$a^3\,a'^3\,(a^2 + a'^2 - 2\,a\,a'\cos\psi)^{-7/2} = {}^1/_2 \sum D^{(i)} \cos i\,\psi$$

. . . . . .

mit der früher betrachteten $(1 + \alpha^2 - 2\,\alpha\cos\psi)^{-s} = {}^1/_2 B^{(0)} + B^{(1)}\cos\psi + \cdots$, so erhält man die der Rechnung zugrunde liegenden Beziehungen der $b^{(i)}$, $c^{(i)}\ldots$ zu den $A^{(i)}$, $B^{(i)}\ldots$, sowie der beiderseitigen Derivierten nach $\alpha$ zueinander:

$$a'\,A^{(i)} = b^{(i)}$$
$$a'\,A_1^{(i)} = b_1^{(i)}$$
$$a'\,A_2^{(i)} = {}^1/_2 b_2^{(i)}$$
$$a'\,A_3^{(i)} = \frac{1}{2\cdot 3}\,b_3^{(i)}$$
$$a'\,A_4^{(i)} = \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}\,b_4^{(i)}$$
$$a'\,A_5^{(i)} = \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\,b_5^{(i)}$$
. . . . . .

$$a'\,B^{(i)} = \alpha\,c^{(i)}$$
$$a'\,B_1^{(i)} = \alpha\,(c_1^{(i)} + c^{(i)})$$
$$a'\,B_2^{(i)} = \frac{\alpha}{2}\,(c_2^{(i)} + 2\,c_1^{(i)})$$
$$a'\,B_3^{(i)} = \frac{\alpha}{2\cdot 3}\,(c_3^{(i)} + 3\,c_2^{(i)})$$
$$a'\,C^{(i)} = \alpha^2 e^{(i)}$$
$$a'\,C_1^{(i)} = \alpha^2\,(e_1^{(i)} + 2\,e^{(i)})$$
. . . . . .

$$a'\,E^{(i)} = {}^1/_2\,(a'\,B^{(i-1)} + a'\,B^{(i+1)})$$
$$a'\,G^{(i)} = {}^3/_8\,(a'\,C^{(i-2)} + 4\,a'\,C^{(i)} + a'\,C^{(i+2)})$$
$$a'\,L^{(i)} = {}^3/_4\,(a'\,C^{(i-2)} + a'\,C^{(i)})$$
. . . . . .

Schließlich gebraucht man noch die Ableitungen nach $a$ selbst:

$$a'\,a\,\frac{dA^{(i)}}{da} = a'\,A_1^{(i)}$$
$$a'\,a\,\frac{dA_1^{(i)}}{da} = 2\,a'\,A_2^{(i)} + a'\,A_1^{(i)}$$
$$a'\,a\,\frac{dA_2^{(i)}}{da} = 3\,a'\,A_3^{(i)} + 2\,a'\,A_2^{(i)}$$
$$a'\,a\,\frac{dA_3^{(i)}}{da} = 4\,a'\,A_4^{(i)} + 3\,a'\,A_3^{(i)}$$
. . . . . .

$$a'\,a\,\frac{dB^{(i)}}{da} = a'\,B_1^{(i)}$$
$$a'\,a\,\frac{dB_1^{(i)}}{da} = 2\,a'\,B_2^{(i)} + a'\,B_1^{(i)}$$
$$a'\,a\,\frac{dB_2^{(i)}}{da} = 3\,a'\,B_3^{(i)} + 2\,a'\,B_2^{(i)}$$
. . . . . .

$$a'\,a\,\frac{dC^{(i)}}{da} = a'\,C_1^{(i)}$$
$$a'\,a\,\frac{dC_1^{(i)}}{da} = 2\,a'\,C_2^{(i)} + a'\,C_1^{(i)}$$
. . . . . .

Man sieht, daß man die Formeln für die $B^{(i)}$, $C^{(i)}$, $D^{(i)}$ aus der ersten Gruppe erhält, indem man $A^{(i)}$ ersetzt durch $B^{(i)}$, $C^{(i)}$, $D^{(i)}$. Ableitungen der $E^{(i)}$, $G^{(i)}$ und $L^{(i)}$ bekommt man, indem man auf den rechten Seiten mit den $B$- und $C$-Größen dieselben Operationen vornimmt.

Ich habe nun zunächst für die Berechnung der Erdstörungen die erhaltenen Werte $b^{(i)}$, $c^{(i)}\ldots$, $A^{(i)}$, $B^{(i)}\ldots$ und deren Ableitungen, soweit sie für die folgenden Operationen gebraucht werden, zusammengestellt.

**Erde–Egeria, Entwickelungskoeffizienten.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $b^{(0)} = 2.082458$ | $b_1^{(0)} = 0.180920$ | $b_2^{(0)} = 0.108770$ | $b_3^{(0)} = 0.27080$ | $b_4^{(0)} = 0.5900$ | $b_5^{(0)} = 1.464$ |
| $b^{(1)} = 0.412370$ | $b_1^{(1)} = 0.466090$ | $b_2^{(1)} = 0.184743$ | $b_3^{(1)} = 0.32828$ | $b_4^{(1)} = 0.5267$ | $b_5^{(1)} = 1.666$ |
| $b^{(2)} = 0.120863$ | $b_1^{(2)} = 0.259275$ | $b_2^{(2)} = 0.337583$ | $b_3^{(2)} = 0.28983$ | $b_4^{(2)} = 0.6231$ | |
| $b^{(3)} = 0.039230$ | $b_1^{(3)} = 0.123668$ | $b_2^{(3)} = 0.280235$ | $b_3^{(3)} = 0.43352$ | $b_4^{(3)} = 0.6170$ | |
| $b^{(4)} = 0.013356$ | $b_1^{(4)} = 0.055478$ | $b_2^{(4)} = 0.180268$ | $b_3^{(4)} = 0.43712$ | $b_4^{(4)} = 0.8729$ | |
| $c^{(0)} = 2.87776$ | $c_1^{(0)} = 2.2545$ | $c_2^{(0)} = 4.7381$ | $c_3^{(0)} = 23.44$ | | |
| $c^{(1)} = 1.58302$ | $c_1^{(1)} = 2.6428$ | $c_2^{(1)} = 4.2794$ | $c_3^{(1)} = 22.54$ | | |
| $c^{(2)} = 0.75281$ | $c_1^{(2)} = 1.9777$ | $c_2^{(2)} = 4.340$ | | | |
| $c^{(3)} = 0.33739$ | $c_1^{(3)} = 1.2163$ | $c_2^{(3)} = 3.653$ | | | |

| | $a' A^{(i)}$ | $a' A_1^{(i)}$ | $a' A_2^{(i)}$ | $a' A_3^{(i)}$ | $a' A_4^{(i)}$ | $a' A_5^{(i)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i =$ 0 | 2.082458 | 0.180920 | 0.054385 | 0.045133 | 0.02460 | 0.0122 |
| 1 | 0.412370 | 0.466090 | 0.092371 | 0.054713 | 0.02194 | 0.0138 |
| 2 | 0.120863 | 0.259275 | 0.168791 | 0.048305 | 0.02596 | |
| 3 | 0.039230 | 0.123668 | 0.140117 | 0.072253 | 0.02570 | |
| 4 | 0.013356 | 0.055478 | 0.090134 | 0.072853 | 0.03637 | |

| | $\frac{1}{2\alpha} a' B^{(i)}$ | $\frac{1}{2\alpha} a' B_1^{(i)}$ | $\frac{1}{2\alpha} a' B_2^{(i)}$ | $\frac{1}{2\alpha} a' B_3^{(i)}$ | $\frac{a'}{\alpha} E^{(i)}$ | $\frac{a'}{\alpha} E_1^{(i)}$ | $\frac{a'}{\alpha} E_2^{(i)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i =$ 0 | 1.4389 | 2.5661 | 2.312 | 3.138 | 1.5830 | 4.2258 | 4.7825 |
| 1 | 0.7915 | 2.1129 | 2.391 | 2.949 | 1.8153 | 3.9314 | |
| 2 | 0.3764 | 1.3653 | 2.074 | | 0.9602 | 2.8898 | |
| 3 | 0.1687 | 0.7769 | 1.521 | | | | |

Abgeleitete nach $a$:

| | $a' a \frac{dA^{(i)}}{da}$ | $a' a \frac{dA_1^{(i)}}{da}$ | $a' a \frac{dA_2^{(i)}}{da}$ | $a' a \frac{dA_3^{(i)}}{da}$ | $a' a \frac{dA_4^{(i)}}{da}$ | $\frac{a'}{2} \frac{a}{\alpha} \frac{dB^{(i)}}{da}$ | $\frac{a'}{2} \frac{a}{\alpha} \frac{dB_1^{(i)}}{da}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i =$ 0 | 0.180920 | 0.289690 | 0.244169 | 0.233799 | 0.1594 | 2.5661 | 7.1896 |
| 1 | 0.466090 | 0.650832 | 0.348881 | 0.251899 | 0.1568 | 2.1129 | 6.8954 |
| 2 | 0.259275 | 0.596857 | 0.482497 | 0.248755 | | 1.3652 | 5.5129 |
| 3 | 0.123668 | 0.403902 | 0.496993 | 0.319559 | | 0.7769 | 3.820 |
| 4 | 0.055478 | 0.235746 | 0.398827 | 0.364039 | | | |

| | $\frac{a'}{\alpha} \frac{a}{da} \frac{dE^{(i)}}{da}$ | $\frac{a'}{\alpha} \frac{a}{da} \frac{dE_1^{(i)}}{da}$ | $\frac{a'}{\alpha} \frac{a}{da} \frac{dE_2^{(i)}}{da}$ |
|---|---|---|---|
| $i =$ 0 | 4.226 | 13.791 | 27.257 |
| 1 | 3.931 | | |
| 2 | 2.890 | | |

Diese Werte sind doppelt, auf verschiedene Arten gerechnet und nach Runkles Tafeln, soweit als möglich kontrolliert (Smithsonian Contributions to Knowledge, Nov. 1855).

Nun kann man sich auf die von Leverrier gegebene Entwickelung der Störungsfunktion stützen (Pariser Annalen X, sect. III). Dort sind in der Form $\Sigma N e^h e'^{h'} \eta^f \cos \mathfrak{M}$, wo $\mathfrak{M} = i' l' + i\lambda + k' \varpi' + k\varpi + u\tau'$, bis zum 7. Grade der Neigungen und Exzentrizitäten $a' R_1$ und die sogenannten komplementären Teile, die auf $a' R_{01}$ und $a' R_{10}$ führen, angegeben. Die für die Bildung von $\frac{dR_1}{da}$ erforderlichen Differentialquotienten der $A^{(i)}$, $A_1^{(i)} \cdots$, sind in dem letzten Teile obigen Tableaus zu finden. Aus $a' a \frac{dR_1}{da}$ erhält man $a' a \frac{dR_{10}}{da}$, indem man den Koeffizienten auch hier die entsprechenden, bereits beim Übergang auf $a' R_{10}$ benutzten Komplementärteile anfügt. Dasselbe gilt für die Überführung von $a' a' \frac{dR_1}{da'}$ in $a' a' \frac{dR_{10}}{da'}$; das erstere findet man aus der Beziehung:

$$a' a' \frac{dR_1}{da'} = - a' R_1 - a' a \frac{dR_1}{da} .$$

Damit sind alle Rechenvorschriften zur Bildung der Störungsfunktionen und deren Ableitungen gegeben. Aus der allgemeinen Entwickelung Leverriers habe ich nun diejenigen Glieder, die zu nennenswerten Störungsbeiträgen führen könnten, herausgesucht; diese stelle ich jetzt zusammen.

**Egeria – Erde, Störungsfunktion.**

a) Säkularer Teil.

| $a' R_1$ | $a' a \frac{dR_1}{da}$ | $a' a' \frac{dR_1}{da'}$ | |
|---|---|---|---|
| +1.04123 | +0.09046 | −1.13169 | |
| +0.059 | +0.133 | −0.192 | $\cdot e^2$ |
| +0.059 | +0.133 | −0.192 | $\cdot e'^2$ |
| +0.156 | +0.720 | −0.876 | $\cdot e^2 e'^2$ |
| +0.094 | +0.163 | −0.258 | $e'^4$ |
| −0.307 | −0.820 | +1.127 | $\eta^2$ |
| −0.874 | −3.983 | +4.857 | $e'^2 \eta^2$ |
| −0.073 | −0.267 | +0.340 | $e e' \cos(\varpi' - \varpi)$ |

b) Periodischer Teil.

| $a' R_1$ | Kompl. Teil | $a' R_{10}$ | $a' a \frac{dR_1}{da}$ | $a' a' \frac{dR_1}{da'}$ | $a' a' \frac{dR_{10}}{da'}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| +0.41237 | − 6.63838 | − 6.22601 | +0.46609 | −0.87846 | − 7.51684 | $\cdot\cos(l' - \lambda)$ |
| +0.1209 | | + 0.1209 | +0.2593 | −0.3801 | − 0.3801 | $\cdot\cos(2l' - 2\lambda)$ |
| −0.533 | +13.277 | +12.744 | −0.135 | +0.668 | +13.944 | $\frac{1}{4}e'^2\cos(l' - \lambda)$ |
| −1.078 | | − 1.078 | −1.989 | +3.067 | + 3.067 | $\frac{1}{4}e'^2\cos(2l' - 2\lambda)$ |
| −0.704 | + 6.638 | + 5.934 | −1.526 | +2.230 | + 8.869 | $\eta^2\cos(l' - \lambda)$ |
| −0.373 | | − 0.373 | −1.122 | +1.494 | + 1.494 | $\eta^2\cos(2l' - 2\lambda)$ |
| +0.224 | | + 0.224 | +0.440 | −0.664 | − 0.664 | $\frac{1}{2}e\cos(-2l' + 3\lambda - \varpi)$ |
| +0.359 | −26.553 | −26.194 | +0.281 | −0.640 | −27.194 | $\frac{1}{2}e\cos(-l' + 2\lambda - \varpi)$ |
| −0.181 | | − 0.181 | −0.290 | +0.471 | + 0.471 | $\frac{1}{2}e\cos(\lambda - \varpi)$ |
| −1.291 | | − 1.291 | −1.583 | +2.874 | + 2.874 | $\frac{1}{2}e\cos(l' - \varpi)$ |
| −0.744 | | − 0.744 | −1.634 | +2.378 | + 2.378 | $\frac{1}{2}e\cos(2l' - \lambda - \varpi)$ |
| −0.103 | | − 0.103 | −0.181 | +0.284 | + 0.284 | $\frac{1}{2}e'\cos(-l' + 2\lambda - \varpi')$ |
| +0.054 | +19.915 | +19.969 | +0.185 | −0.238 | +19.677 | $\frac{1}{2}e'\cos(\lambda - \varpi')$ |
| +2.263 | | + 2.263 | +0.471 | −2.734 | − 2.734 | $\frac{1}{2}e'\cos(l' - \varpi')$ |
| +0.622 | − 6.638 | − 6.016 | +2.049 | −2.671 | − 9.309 | $\frac{1}{2}e'\cos(2l' - \lambda - \varpi')$ |
| +0.864 | | + 0.864 | +1.893 | −2.757 | − 2.757 | $\frac{1}{2}e'\cos(3l' - 2\lambda - \varpi')$ |
| −0.563 | | − 0.563 | −3.464 | +4.027 | + 4.027 | $\frac{1}{2}e\eta^2\cos(4l' - \lambda - \varpi - 2\tau')$ |
| +1.023 | | + 1.023 | +7.535 | −8.557 | − 8.557 | $\frac{1}{2}e'\eta^2\cos(4l' - \lambda - \varpi' - 2\tau')$ |

Zwischen den mittleren Bewegungen der Erde und der Egeria (ebenso Venus–Egeria) findet eine Kommensurabilität nur sehr angenähert statt: $4n' - n = 116''.4$. Ich habe lediglich Studien halber die letzten beiden Glieder der vorhergehenden Zusammenstellung mitgenommen, um ihre Wirkung in der mittleren Länge festzustellen. Den säkularen Teil der Störungsfunktion habe ich nur zur Ermittelung der säkularen Variation der mittleren Länge zur Epoche benutzt. Die Säkularstörungen in $e'$, $\varpi'$, $\Theta'$ und $i'$ habe ich nach der weiter unten auseinandergesetzten Methode erhalten, die in bequemerer Weise und doch größerer Strenge und vor allem die Wirkung sämtlicher betrachteten Planeten zusammenfassend diese kennen lehrt.

Die Gleichungen, die die Variationen der Egeria-Elemente bestimmen, sind in unserem Falle mit genügender Genauigkeit, wobei $e = \sin\psi$ und $e' = \sin\psi'$ gesetzt ist:

$$\frac{da'}{dt} = +\frac{2m}{\mu'} a'^2 n' \frac{dR_{10}}{d\varepsilon'}, \qquad l' = \varrho' + \varepsilon'$$

$$\frac{d^2\varrho'}{dt^2} = -\frac{3m}{\mu'} a' n'^2 \frac{dR_{10}}{d\varepsilon'}$$

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = -\frac{2m}{\mu'} a' n' \left[a' \frac{dR_{10}}{da'}\right]^{1})$$

$$\frac{de'}{dt} = -\frac{m}{\mu'} \frac{a' n'}{\operatorname{tg}\psi'} \frac{dR_{10}}{d\varpi'}$$

$$\frac{d\varpi'}{dt} = +\frac{m}{\mu'} \frac{a' n'}{\operatorname{tg}\psi'} \frac{dR_{10}}{de'}.$$

Es ist $\mu' = 1 + m' = 1$ zu nehmen.

Die periodischen Variationen von Knoten und Neigung können vernachlässigt werden. Alle vorkommenden Differentialquotienten der Störungsfunktion können unmittelbar niedergeschrieben werden; zu bemerken wäre noch, daß

$$\frac{dR_{10}}{d\varepsilon'} = \frac{dR_{10}}{dl'}$$

weil $l' = \varepsilon' + n' t$ ist.

Man erinnere sich der Form von $a' R_{10} = N' e^h e'^{h'} \eta^f \cos D$, wo der Winkel $D = i' l' + i\lambda + k'\varpi' + k\varpi + u\tau'$ ist; man setze $\nu = \frac{n'}{n}$, $B' = \frac{m\nu}{\mu'} = m\nu$ und ferner

$$L' = \int \frac{2m a'^2 n'}{\mu'} \frac{dR_{10}}{dl'} dt = 2a' B' \frac{i' N'}{i'\nu + i} e^h e'^{h'} \eta^f \cos D$$

$$\mathcal{A}' = \int\int \left(-\frac{3m a' n'^2}{\mu'}\right) \frac{dR_{10}}{dl'} dt^2 = -3B'\nu \frac{i' N'}{(i'\nu + i)^2} e^h e'^{h'} \eta^f \sin D$$

$$A' = \int \left(-\frac{(2m a'^2 n')}{\mu'}\right) \frac{dR_{10}}{da'} dt = +2B' \frac{\left(a\frac{dN'}{da} + N'\right)}{i'\nu + i} e^h e'^{h'} \eta^f \sin D$$

$$F' = \int \frac{m a' n' \cos\psi'}{\mu'} \frac{dR_{10}}{de'} dt = +B' \cos\psi' \frac{h' N'}{i'\nu + i} e^h e'^{h'-1} \eta^f \sin D$$

und

$$P' = \int \left(-\frac{m a' n' \cos\psi'}{\mu'}\right) \frac{1}{e'} \frac{dR_{10}}{d\varpi'} dt = -B' \cos\psi' \frac{k' N'}{i'\nu + i} e^h e'^{h'-1} \eta^f \cos D$$

[1]) [ ] bedeutet, daß sich die Differentiation nach $a'$ nur auf die Koeffizienten, nicht auf die Argumente der Störungsfunktion beziehen soll.

so erhält man als Integrationsresultat der Variationsgleichungen, indem man die rechten Seiten derselben als konstant annimmt, für die hier in Betracht kommenden Spezialfälle Erde–Egeria und Venus–Egeria mit genügender Genauigkeit:

$$\delta a' = L' \qquad \delta\varrho' = \Lambda'$$
$$\delta l' = \Lambda' + A'$$
$$\delta e' = P'$$
und $$e'\,\mathrm{d}\varpi' = F' .$$

Zunächst gebe ich die Logarithmen der auftretenden Kombinationen von $i'\nu + i$ an:

| | | |
|---|---|---|
| $\nu - 1$ | $= 9.87978_n - 10$, sodann die rezipr. Quadrate derselben · $i'$ | $= 0.24042$ |
| $2\nu - 2$ | $= 0.18081_n$ | $= 9.93940 - 10$ |
| $-2\nu + 3$ | $= 0.40078$ | $= 9.49947_n - 10$ |
| $-\nu + 2$ | $= 0.24507$ | $= 9.50986_n - 10$ |
| $\nu$ | $= 9.38346 - 10$ | $= 1.23309$ |
| $2\nu - 1$ | $= 9.71299_n - 10$ | $= 0.87506$ |
| $3\nu - 2$ | $= 0.10537_n$ | $= 0.26637$ |
| $4\nu - 1$ | $= 8.51587_n - 10$ | $= 3.57031$ |

$$\log B' = \log m\nu = 3.86573 - 10$$
$$\log 2a'B' = 4.5778 - 10$$
$$\log 3B'\nu = 3.7263 - 10$$
$$\log B'\cos\psi' = 3.8641 - 10 .$$

Als Endresultat erhalte ich die periodischen Störungen, die die Erde auf die Elemente der Egeria ausübt; die folgende Zusammenstellung ist so zu verstehen, daß die Variationen von $a'$ und $e'$ gleich sind der unter den Überschriften $\delta a'$ bezw. $\delta e'$ angegebenen Zahl von Bogensekunden multipliziert mit dem Cosinus, die Variationen von $l'$ und $\varpi'$ (mit $e'$ multipliziert) der unter diesen Überschriften angegebenen Größe in Bogensekunden multipliziert mit dem Sinus des in der ersten Spalte angeführten Arguments. Ferner ist nach obigen Gleichungen Spalte V die Summe von Spalte III u. IV. Die Reihenfolge der Glieder ist dieselbe wie bei der Anschreibung der Störungsfunktion; zudem habe ich noch am Schluß die Potenzen von $e$ und $\eta$ angegeben, mit denen die korrespondierenden Glieder der Störungsfunktion multipliziert sind, und Zusammenziehung von Gliedern unterlassen, um den Beitrag jedes der herangezogenen Glieder zu der Endwirkung deutlich zu machen.

**Erde–Egeria, periodische Störungen.**

| Argument | $\delta a'$ | $\Lambda'$ | $A'$ | $\delta l'$ | $\delta e'$ | $e'\,\delta\varpi'$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $l' - \lambda$ | $+6''.41$ | $+1''.19$ | $-3''.00$ | $-1''.81$ | — | — | — |
| $2l' - 2\lambda$ | $-0.12$ | $-0.01$ | $-0.08$ | $-0.09$ | — | — | — |
| $l' - \lambda$ | $+0.02$ | $+0.00$ | $+0.02$ | — | — | — | $e'^2$ |
| $2l' - 2\lambda$ | — | — | — | — | — | — | $e'^2$ |
| $l' - \lambda$ | $+0.13$ | $+0.02$ | $+0.07$ | $+0.10$ | — | — | $\eta^2$ |
| $2l' - 2\lambda$ | $+0.01$ | — | $+0.01$ | $+0.01$ | — | — | $\eta^2$ |
| $-2l' + 3\lambda - \omega$ | — | — | — | — | — | — | $e$ |
| $-l' + 2\lambda - \omega$ | $+0.10$ | $-0.01$ | $+0.04$ | $+0.03$ | — | — | $e$ |
| $\lambda - \omega$ | — | — | — | — | — | — | $e$ |
| $l' - \omega$ | $-0.04$ | $+0.02$ | $+0.03$ | $+0.05$ | — | — | $e$ |
| $2l' - \lambda - \omega$ | $+0.02$ | — | $+0.01$ | $+0.02$ | — | — | $e$ |
| $-l' + 2\lambda - \varpi'$ | — | — | — | — | — | — | $e'$ |
| $\lambda - \varpi'$ | — | — | $+0.26$ | $+0.26$ | $+1''.50$ | $+1''.50$ | $e'$ |
| $l' - \varpi'$ | $+0.32$ | $-0.18$ | $-0.15$ | $-0.33$ | $+0.71$ | $+0.71$ | $e'$ |
| $2l' - \lambda - \varpi'$ | $+0.79$ | $+0.22$ | $-0.24$ | $-0.02$ | $+0.88$ | $+0.88$ | $e'$ |
| $3l' - 2\lambda - \varpi'$ | $-0.07$ | $-0.01$ | $-0.03$ | $-0.04$ | $-0.05$ | $-0.05$ | $e'$ |
| $4l' - \lambda - \omega - 2\tau'$ | $+0.01$ | $+0.04$ | $+0.01$ | $+0.04$ | — | — | $e\,\eta^2$ |
| $4l' - \lambda - \varpi' - 2\tau'$ | $-0.09$ | $-0.38$ | $-0.07$ | $-0.45$ | $-0.05$ | $-0.05$ | $e'\,\eta^2$ |

Bevor ich in der Entwickelung der Erdstörungen fortfahre, will ich die periodischen Störungen anführen, die die Egeria-Elemente durch die Venus erleiden. Das angewandte Verfahren ist genau dasselbe, wie ich es in seinen Rechnungsvorschriften oben auseinandergesetzt habe. Ich bemerke nur, daß ich mich der gewonnenen Erfahrung hinsichtlich der Größe der Glieder bei der Auswahl der heranzuziehenden Teile der Störungsfunktion bedient habe, indem ich eine Reihe von Ausdrücken ausschließen konnte, die bei der Erde mitgenommen sind.

### Venus–Egeria, Entwickelungskoeffizienten.

$b^{(0)} = 2.04126 \quad b_1^{(0)} = 0.08646 \quad b_2^{(0)} = 0.1030 \quad b_3^{(0)} = 0.0557 \quad c_0^{(1)} = 0.9826$
$b^{(1)} = 0.28948 \quad b_1^{(1)} = 0.3080 \quad b_2^{(1)} = 0.0590 \quad b_3^{(1)} = 0.0804 \quad c_1^{(1)} = 1.2990$

$a' A^{(0)} = 2.04126 \quad A_1^{(0)} = 0.08646 \quad a' A_2^{(0)} = 0.0515 \quad a' A_3^{(0)} = 0.0093$
$a' A^{(1)} = 0.28948 \quad A_1^{(1)} = 0.3080 \quad a' A_2^{(1)} = 0.0295 \quad a' A_3^{(1)} = 0.0134$

$\frac{a'}{2\alpha} B^{(1)} = 0.49132 \quad \frac{a'}{2\alpha} B_1^{(1)} = 1.1408 \quad \frac{a'}{\alpha} E^{(0)} = 0.9826 \quad \frac{a'}{\alpha} E_1^{(0)} = 2.2816$

$a' a \frac{dA^{(0)}}{da} = 0.08646 \quad a' a \frac{dA_1^{(0)}}{da} = 0.1895 \quad a' a \frac{dA_2^{(0)}}{da} = 0.1309 \quad \frac{a' a}{2\alpha} \frac{dB^{(1)}}{da} = 1.1408 \quad \frac{a' a}{\alpha} \frac{dE^{(0)}}{da} = 2.2816$

$a' a \frac{dA^{(1)}}{da} = 0.30797 \quad a' a \frac{dA_1^{(1)}}{da} = 0.3670 \quad a' a \frac{dA_2^{(1)}}{da} = 0.0992 .$

### Venus–Egeria, Störungsfunktion.

1) Säkularer Teil.

| $a' R_1$ | $a' a \frac{dR_1}{da}$ | $a' a' \frac{dR_1}{da'}$ |
|---|---|---|
| +1.02063 | +0.04323 | −1.06386 |
| $+0.0345 (e^2+e'^2)$ | +0.0801 | −0.1146 |
| $-0.1379 \eta^2$ | −0.3203 | +0.4582 |

2) Periodischer Teil.

| $a' R_1$ | Kompl. Teil | $a' R_{10}$ | $a' a \frac{dR_1}{da}$ | $a' a' \frac{dR_1}{da'}$ | $a' a' \frac{dR_{10}}{da'}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| +0.28948 | −12.68790 | −12.39842 | +0.30797 | −0.59745 | −13.28530 | $\cdot \cos (l' - \lambda)$ |
| +0.5974 | +38.0637 | +38.6611 | +0.6742 | −1.2717 | +36.7920 | $\frac{1}{2} e' \cos (\lambda - \varpi')$ |
| +2.1277 | — | + 2.1277 | +0.2759 | −2.4037 | − 2.4037 | $\frac{1}{2} e' \cos (l' - \varpi')$ |
| +1.1764 | −12.6879 | −11.5115 | +1.2909 | −2.4673 | −15.1552 | $\frac{1}{2} e' \cos (2l' - \lambda - \varpi')$ |

### Venus–Egeria, periodische Störungen.

Es ergibt sich $\log \nu = 9.17246 \quad \log B' = 3.56180 - 10$

$\log (\nu - 1) = 9.93006_n$ und log der rezipr. Quadrate dieser Größen $\cdot i' = 0.1399$
$\log \nu = 9.17246 \quad = 1.6551$
$\log (2\nu - 1) = 9.84665_n \quad = 0.6070$

und damit aus der Integration der Differentialgleichungen in der oben angegebenen gekürzten Form die folgenden periodischen Variationen der Elemente:

| Argument | $\delta a'$ | $A'$ | $A'$ | $\delta l'$ | $\delta e'$ | $e' \delta \varpi'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $l' - \lambda$ | +5″.64 | +0″.57 | −2″.23 | −1″.66 | — | — |
| $\lambda - \varpi'$ | — | — | — | — | +1″.45 | +1″.45 |
| $l' - \varpi'$ | +0.24 | −0.14 | +0.11 | −0.03 | +0.54 | +0.54 |
| $2l' - \lambda - \varpi'$ | +0.55 | +0.07 | −0.14 | −0.07 | +0.61 | +0.61 . |

### Säkularänderung der mittleren Länge zur Epoche durch Venus, Erde, Uranus und Neptun.

Diese kennen zu lernen, hat nur insofern ein praktisches Interesse, als man zu einem exakteren Werte der großen Halbachse gelangt. In der mittleren Länge ist diese Störung nicht mehr anzubringen, sie ist bereits in der aus den Beobachtungen geschlossenen mittleren Bewegung enthalten. Die Halbachse $a$ ist aus der gestörten mittleren Bewegung abgeleitet nach der Keplerschen Gleichung

$$n^2 a^3 = k^2 (1 + m)$$

in die streng die ungestörte mittlere Bewegung einzusetzen ist.

Die Variation von $\varepsilon$ nach der Zeit bekommt man, je nachdem es sich um einen diesseits oder jenseits der Egeria die Sonne umkreisenden Planeten handelt, aus den Gleichungen:

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = -\frac{2 m n'}{\mu'} a' a' \frac{dR_1}{da'}$$

bezw.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{2 m' \alpha n}{\mu} a' a \frac{dR_1}{da}$$

in denen entsprechend dem früheren wieder die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt sind. Für Erde und Venus sind die säkularen Teile der Störungsfunktion bereits aufgestellt, ebenso die erforderlichen Differentialquotienten.

Für Uranus erhält man

$$\log \alpha = 9.12732 \qquad \log b^{(0)} = 0.3030 \qquad \log c^{(1)} = 9.619 \qquad \gamma = 16°6 \qquad \tau = 221°8$$
$$\log b_1^{(0)} = 8.263 \qquad \log c_1^{(1)} = 9.648 \qquad \sin {}^1/_2\gamma = \eta = [9.159] .$$

Ich beschränke die säkulare Störungsfunktion auf die Glieder:

$$R_1 = {}^1/_2 A^{(0)} - {}^1/_2 E^{(0)} \eta^2 .$$

Es ist

$$a' E^{(0)} = a' B^{(1)} = \alpha c^{(1)} \quad \text{und} \quad a' a \frac{dE^{(0)}}{da} = a' E_1^{(0)} = a' B_1^{(1)} = \alpha (c_1^{(1)} + c^{(1)}) = [8.8532] .$$

Damit ergibt sich

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = - 0''.03371 + 0''.00273 = - 0''.0310 \text{ (pro Jahr)} .$$

Für Neptun ist $a' R_1 = {}^1/_2 A^0$ angenommen; es ergibt sich:

$$\alpha = [8.93230], \quad \text{ferner } b^{(0)} = [0.30183] = a' A^0 \quad \text{und} \quad b_1^{(0)} = [7.8705] = a' a \frac{dA^{(0)}}{da}$$

und schließlich

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = - 0''.0202 \text{ (pro Jahr)} .$$

Als Beitrag von Venus hat man:

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = + 1''.6342 + 0''.176 (e'^2 + e^2) - 0''.7038 \eta^2 = 1''.6244 \text{ (pro Jahr)} .$$

Die säkulare Störung der mittleren Epochenlänge der Egeria durch die Erde beträgt:

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = + 2''.1533 + 0''.366 (e^2 + e'^2) + 1''.668 e^2 e'^2 + 0.49 e'^4 - 2''.145 \eta^2 - 9''.241 e'^2 \eta^2 - 0''.647 e e' \cos (\varpi' - \varpi)$$
$$= + 2''.1096 \text{ (pro Jahr)}.$$

Zieht man alle diese Einzelwirkungen zusammen, die sich, wie es sein muß, für alle innerhalb der Egeriabahn befindlichen Störungskörper positiv, für alle außerhalb derselben negativ ergeben, so erhält man, indem man auf die Säkularänderungen der in den Gleichungen auftretenden Größen $e$, $e'$, $\eta$, $\varpi$ und $\omega$ offenbar keine Rücksicht zu nehmen braucht, das Resultat:

Die von Hansen nicht berücksichtigten Planeten (außer Merkur) vergrößern die mittl. jährliche Bewegung um $3''.6828$, oder die aus den Beobachtungen bestimmte mittl. jährliche Bewegung ist um $3''.6828$ zu verkleinern, um die ungestörte Größe $n$ zu erhalten.

Folglich ist die abgeleitete große Halbachse zu klein; sie bedarf der Korrektion:

$$\delta a = + \frac{2}{3} \frac{3''.6828}{n} \cdot a = + 0.0000207 = + 4''.16 .$$

Damit wird $a$ nach Anbringung dieser und der aus der Bahnverbesserung stammenden Korrektion jetzt:

$$a = 2.5765229 \qquad \log a = 0.4110340 .$$

**Die säkularen Änderungen der übrigen Elemente**

erhält man, bis auf Größen vierter Ordnung der Exzentrizitäten und Neigungen genau (die dritten Potenzen treten nicht auf), wenn man setzt: [1])

$$\xi = e \cos \pi \qquad p = \sin i \cos \Omega$$
$$\eta = - e \sin \pi \qquad q = - \sin i \sin \Omega$$

und

$$(o, i) = {}^1/_4 m_i n a B_1 (a, a_i)$$
$$[o, i] = {}^1/_4 m_i n a B_2 (a, a_i)$$

aus den Differentialgleichungen:

$$\frac{d\xi}{dt} = \eta \sum_{i=1}^{n} (o, i) - \sum_{i=1}^{n} [o, i] \eta_i$$

$$\frac{d\eta}{dt} = - \xi \sum_{i=1}^{n} (o, i) + \sum_{i=1}^{n} [o, i] \xi_i$$

$$\frac{dp}{dt} = - q \sum_{i=1}^{n} (o, i) + \sum_{i=1}^{n} (o, i) q_i$$

$$\frac{dq}{dt} = p \sum_{i=1}^{n} (o, i) - \sum_{i=1}^{n} (o, i) p_i$$

wobei die Summation hier über die Planeten Venus, Erde, Uranus und Neptun erstreckt ist.

Für unsere Zwecke ist es vollkommen genügend statt der strengen Integration, die hier möglich ist und auf trigonometrische Ausdrücke führt, die rechten Seiten, wie sonst in der Störungstheorie, als konstant anzunehmen.

Die Größen $(o, i)$ und $[o, i]$ lassen sich leicht bilden, da $B_1$ und $B_2$ wieder die Koeffizienten in der Entwickelung

$$\frac{a a_i}{(a^2 + a_i^2 - 2 a a_i \cos \psi)^{3/2}} = {}^1/_2 \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} B_i \cos i \psi$$

bedeuten; nach Leverrierscher Bezeichnung ist:

$$a B_1 = \alpha c^{(1)}$$
$$a B_2 = \alpha c^{(2)} .$$

Man findet die Klammergrößen jedoch bereits für sämtliche für Asteroiden in Frage kommenden $a$ bezw. $\frac{a}{a_i} = \alpha$

[1]) Siehe Charlier, Mechanik des Himmels Band 1, Abschnitt 7, § 11.

gerechnet und tabuliert in: Meddelanden från Lunds Astronomiska Observatorium, Serie II, Nr. 2, Gustav Norén und Sigfrid Raab, Hilfstafeln zur Berechnung der säkularen Störungen der kleinen Planeten.

Man findet (als Variation pro Jahr):

$$1)\ d\xi = -0''.017636 + 0''.001308 = -0''.016328 = +\cos\pi\, de - e\sin\pi\, d\pi$$
$$2)\ d\eta = +0.010321 - 0.000480 = +0.009841 = -\sin\pi\, de - e\cos\pi\, d\pi$$
$$3)\ dp = -0.003598 + 0.045636 = +0.042038 = \cos i\cos\Omega\, di - \sin i\sin\Omega\, d\Omega$$
$$4)\ dq = -0.000792 + 0.048610 = +0.047818 = -\cos i\sin\Omega\, di - \sin i\cos\Omega\, d\Omega$$

und daraus:

$$d\pi = +0''.21886 \text{ pro jul. Jahr}$$
$$de = -0.000296 \;\;»\;\;»\;\;»$$
$$di = -0.002191 \;\;»\;\;»\;\;»$$
$$d\Omega = -0.21980 \;\;»\;\;»\;\;»$$

} im weiteren vernachlässigt

## § 8. Zusammenstellung sämtlicher noch anzubringenden Störungen.

Unter den ermittelten periodischen Erd- und Venusstörungen kann man zunächst solche mit gleichem Argument addieren; sodann treten Glieder auf, die von den Längen der störenden Körper unabhängig sind. Diese ziehe ich zusammen, die unbeträchtlichen Störungen lasse ich in der folgenden, der Berechnung zugrunde liegenden Zusammenstellung fort (überall Leverriersche Bezeichnung):

**I. Periodische Störungen durch Erde und Venus.**

A. Venus und Erde:

$$1)\ \delta a' = +\,0''.56\cos(l' - \varpi') + 4''.16 \text{ (konst. Änderung der Halbachse)}$$
$$2)\ \delta e' = +\,1.25\cos(l' - \varpi')$$
$$3)\ \delta l' = -\,0.36\sin(l' - \varpi')$$
$$4)\ \delta\varpi' = +\,14.35\sin(l' - \varpi')$$

B. Venus.

$$1)\ \delta a' = +\,5''.64\cos(l' - l) + 0''.55\cos(2l' - l - \varpi')$$
$$2)\ \delta e' = +\,1.45\cos(l - \varpi') + 0.61\cos(2l' - l - \varpi')$$
$$3)\ \delta l' = -\,1.66\sin(l' - l)$$
$$4)\ \delta\varpi' = +16.65\sin(l - \varpi') + 7.00\sin(2l' - l - \varpi')$$

C. Erde.

$$1)\ \delta a' = +\,6''.56\cos(l' - l) + 0''.79\cos(2l' - l - \varpi')$$
$$2)\ \delta e' = +\,1.50\cos(l - \varpi') + 0.88\cos(2l' - l - \varpi')$$
$$3)\ \delta l' = -\,1.69\sin(l' - l) - 0.26\sin(l - \varpi') - 0''.45\sin(4l' - l - \varpi' - 2\tau')$$
$$4)\ \delta\varpi' = +17.22\sin(l - \varpi') + 10.10\sin(2l' - l - \varpi')$$

**II. Säkularstörungen durch Erde, Venus, Uranus und Neptun.**

$$1)\ \delta\varepsilon' = +3''.6828 \text{ pro jul. Jahr}$$
$$2)\ \delta\varpi' = +0.21886 \;\;»\;\;»\;\;»$$
$$3)\ \delta\Theta' = -0.21980 \;\;»\;\;»\;\;»$$

Anmerkung: Die Störungen in $a$ ziehen keine entsprechende in der mittl. Bewegung nach sich; diese sind, wie aus dem mitgeteilten Verfahren hervorgeht, in $\delta l'$ vollständig enthalten.

## § 9. Einfluß dieser Störungen auf den geozentrischen Ort.

Die vorangehende Zusammenstellung enthält die Änderungen der Ekliptikalelemente. Die Störungen der auf den Äquator bezogenen Elemente erhält man unter Berücksichtigung des Umstandes, daß $di = 0$ ist, nach den folgenden Differentialformeln aus dem sphärischen Dreieck, dessen Seiten die Egeriabahn, die Ekliptik und der Äquator sind:

$$d\Omega' = \frac{\sin i}{\sin i'}\cos\sigma\, d\Omega = +0.4205\, d\Omega \qquad (1)$$

$$d\sigma = \sin\varepsilon\cos\Omega'\,\frac{1}{\sin i'}\,d\Omega = +0.6236\, d\Omega \qquad (2)$$

$$di' = -\sin\sigma\sin i\, d\Omega = -0.1284\, d\Omega \qquad (3)$$

(wo $\sigma$ das Bahnstück zwischen Äquator und Ekliptik bedeutet), wenn man von jetzt ab die Variationen der Äquatorelemente durch die gestrichelten, die der Ekliptikalelemente durch die ungestrichelten Buchstaben bezeichnet. Daraus resultieren ferner noch:

$$d\pi' = d\pi + d\S\Omega' + d\sigma - d\S\Omega = d\pi + 0.0441\, d\S\Omega \quad (4)$$

und, wenn mit $L$ die mittlere Länge bezeichnet wird,

$$dL' = dL - d\pi + d\pi' = dL + 0.0441\, d\S\Omega \quad (5)$$

$$dc = dL' - d\pi' \,. \quad (6)$$

Um den Einfluß der Störungen auf den geozentrischen Ort zu erhalten, benutze ich die im früheren abgeleiteten, für die Zeiten der Normalörter berechneten Differentialquotienten der geoz. Koordinaten nach den Elementen. Statt $dc$ und $d\pi$ sind der Bahnverbesserung aber die Korrektionen $dl$ und $d\chi$ zugrunde gelegt, die so verbunden sind:

$$\Delta c = \Delta l - \Delta\chi \cos\varphi$$
$$\Delta\pi = \Delta\chi + 2\sin^2 {}^1\!/_2\, i' \, \Delta\S\Omega' \,.$$

Die Störungen dieser Elemente $l$ und $\chi$ erhält man nach dem obigen:

$$\delta\chi = \delta\pi' - 0.2032\, \delta\S\Omega' = \delta\pi + 0''.0091\, t \quad (7)$$

$$\delta l = \delta L + 0.009\, t - 0.004\, \delta\pi \,. \quad (8)$$

Die Ausdrücke der Differentialquotienten der $\Delta\alpha' \cos\delta'$ und $\Delta\delta'$ nach den Elementen sind von Hansen in der Einleitung zu den Egeria-Tafeln ausführlich angegeben. Es fehlt aber die Berücksichtigung des jetzt hier eintretenden Falles, daß die große Halbachse allein geändert wird. Es ist dann in den Hansenschen Bezeichnungen (E.-T. 470):

$$d\cos\delta'\,\Delta\alpha' = \Delta r \cos p \sin(f + \varpi + \eta - P)$$
$$d\,\Delta\delta' = \Delta r \cos q \sin(f + \varpi + \eta - Q)$$

und

$$\Delta r = r\frac{\Delta a}{a} \,.$$

Setzt man $h = \frac{r\cos p}{d}$ und $h' = \frac{r\cos q}{d}$, so wird

$$\left.\begin{aligned} \cos\delta'\,\Delta\alpha' &= h \sin(f + \varpi + \eta - P)\frac{\Delta a}{a} = A_0 \frac{\Delta a}{a} \\ \Delta\delta' &= h' \sin(f + \varpi + \eta - Q)\frac{\Delta a}{a} = B_0 \frac{\Delta a}{a} \,. \end{aligned}\right\} (9)$$

Ich habe die mittleren Längen der Egeria aus den E.-T., die der Venus und Erde aus den Leverrierschen Tafeln dieser Planeten entnommen und mit denselben die Störungen der Ekliptikalelemente für die Zeiten der Normalörter berechnet. Diese sind dann mit Hilfe der Formeln (1) bis (8) in Störungen der auf den Äquator bezogenen Hansenschen Elemente umgewandelt, schließlich ist die Änderung der Größe »Rechnung« für diese Zeiten unter Heranziehung der Koeffizienten $A_0, \cdots A_6$, und $B_0, \cdots B_6$ abgeleitet.

Ich stelle jetzt die Argumente $l'$, $l_{\text{Venus}}$, $l_{\text{Erde}}$ und die Koeffizienten $A_0$ und $B_0$ zusammen:

| M. Z. Berlin | $l'$ | $l_{\text{Venus}}$ | $l_{\text{Erde}}$ | $\log A_0$ | $\log B_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1850 Dez. 6.5 | 52°09 | 69°6 | 75°4 | 9.5868 | 9.1953 |
| 1852 März 17.5 | 163.39 | 97.7 | 175.7 | $7.5408_n$ | $9.4325_n$ |
| 1854 Okt. 1.5 | 24.55 | 144.5 | 10.4 | $9.2138_n$ | 8.8660 |
| 1856 Febr. 24.5 | 146.33 | 243.2 | 154.0 | $8.7557_n$ | $9.4826_n$ |
| 1857 Juni 21.5 | 261.44 | 297.1 | 270.1 | 8.9244 | 9.3249 |
| 1858 Sept. 25.5 | 11.30 | 315.6 | 4.4 | $8.9186_n$ | 9.1903 |
| 1860 Febr. 15.5 | 132.37 | 49.5 | 145.2 | 9.0936 | $9.5424_n$ |
| 1862 Sept. 21.5 | 358.53 | 130.0 | 0.5 | 8.2873 | 9.3528 |
| 1864 Jan. 10.5 | 111.97 | 172.5 | 109.6 | $8.7184_n$ | $9.4668_n$ |
| 1865 Mai 22.5 | 230.65 | 250.5 | 240.4 | 8.8213 | 8.8008 |
| 1866 Sept. 10.5 | 344.09 | 293.0 | 350.0 | 8.6558 | 9.3985 |
| 1867 Dez. 16.0 | 94.08 | 312.4 | 84.4 | $8.9074_n$ | $9.3637_n$ |
| 1869 Mai 4.5 | 214.54 | 42.3 | 222.7 | 7.5638 | $7.8173_n$ |
| 1871 Dez. 10.5 | 80.95 | 124.4 | 79.0 | 9.1425 | $9.1476_n$ |
| 1873 Mai 2.5 | 202.25 | 219.8 | 220.7 | 9.1575 | $9.0387_n$ |
| 1875 Nov. 16.5 | 63.41 | 266.6 | 55.3 | 8.2398 | $8.7904_n$ |
| 1879 Okt. 29.5 | 47.31 | 58.4 | 37.5 | $8.5400_n$ | 8.2148 |
| 1881 März 21.5 | 168.61 | 153.9 | 179.2 | $8.4984_n$ | $9.3682_n$ |
| 1883 Okt. 31.5 | 35.97 | 242.4 | 39.5 | 9.1870 | 9.1524 |
| 1895 Sept. 14.5 | 349.31 | 349.2 | 353.2 | 8.3805 | 9.3712 |
| 1898 Mai 28.5 | 224.53 | 130.5 | 245.9 | 9.3567 | $8.0467_n$ |
| 1904 Nov. 14.5 | 67.21 | 313.1 | 52.8 | $9.0314_n$ | $9.0685_n$ |
| 1904 Nov. 29.5 | 70.78 | 337.2 | 67.7 | 9.0621 | $8.9570_n$ |
| 1906 April 9.5 | 188.98 | 51.8 | 196.7 | $8.7885_n$ | $9.0199_n$ |

Man braucht ferner für die Bildung der Kombinationen aus $l$, $l' \cdots$ noch die Größen

$$\varpi' = 120°17 \quad \text{und} \quad 2\tau' = 86°.$$

Damit ergeben sich die Störungen und ihr Einfluß auf den geozentrischen Ort der Egeria:

| | $\frac{\Delta a'}{a'}$ | $\Delta e'$ | $\Delta l$ | $\Delta \chi$ | $\Delta i'$ | $\Delta \Omega'$ | Wirkung d. Stör. in $\Delta a' \cos \delta'$ | Wirkung d. Stör. in $\Delta \delta'$ | B — R $\Delta a' \cos \delta'$ | B — R $\Delta \delta'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | +6″2 | +2″4 | +2″3 | −55″4 | +0″0 | −0″0 | −0″4 | −0″2 | +11″4 | + 5″5 |
| 1852 | +5.4 | +3.7 | −1.2 | +29.9 | +0.0 | −0.2 | −1.1 | +1.2 | + 8.3 | − 5.8 |
| 1854 | +2.9 | +0.5 | +2.2 | −28.7 | +0.1 | −0.5 | +0.4 | −0.4 | +13.5 | + 4.0 |
| 1856 | +2.0 | +2.5 | +1.9 | +27.8 | +0.2 | −0.6 | −0.6 | — | + 7.8 | − 2.9 |
| 1857 | +5.5 | −4.4 | +1.1 | +33.7 | +0.2 | −0.7 | −1.1 | +0.5 | + 7.5 | − 0.3 |
| 1858 | +5.4 | −2.2 | −0.6 | −47.1 | +0.2 | −0.9 | +0.8 | −0.4 | + 9.2 | + 5.5 |
| 1860 | +4.9 | +3.9 | −1.4 | + 3.9 | +0.3 | −0.9 | +0.3 | +0.1 | + 0.1 | − 1.5 |
| 1862 | +2.4 | −0.6 | +1.9 | −22.9 | +0.3 | −1.3 | +0.2 | −1.0 | + 3.9 | + 0.2 |
| 1864 | +5.8 | +4.6 | +1.4 | + 3.7 | +0.4 | −1.4 | +1.1 | −0.4 | −12.9 | + 0.5 |
| 1865 | +6.1 | −2.0 | −0.2 | +61.5 | +0.4 | −1.5 | −0.8 | +2.1 | − 9.4 | + 7.7 |
| 1866 | +5.1 | −3.9 | −0.9 | −30.4 | +0.5 | −1.7 | +0.6 | −0.7 | − 4.3 | − 3.9 |
| 1867 | +2.8 | +1.4 | −1.5 | −12.3 | +0.5 | −1.8 | +2.4 | −0.9 | + 1.2 | − 3.3 |
| 1869 | +2.0 | −0.2 | −1.1 | +22.1 | +0.6 | −1.8 | +2.0 | +1.1 | − 9.9 | +10.1 |
| 1871 | +6.2 | +4.0 | +1.5 | −27.2 | +0.6 | −2.0 | +1.8 | −1.0 | − 1.8 | − 2.0 |
| 1873 | +6.5 | +0.3 | +0.2 | +68.1 | +0.7 | −2.1 | +0.4 | +2.6 | −10.3 | + 9.0 |
| 1875 | +2.4 | +0.5 | +0.2 | −13.0 | +0.7 | −2.3 | +0.9 | −2.4 | − 8.7 | − 9.0 |
| 1879 | +6.5 | +1.5 | +1.4 | −54.2 | +0.8 | −2.8 | +1.7 | −2.6 | −11.2 | −12.8 |
| 1881 | +6.7 | +3.7 | −0.1 | +54.2 | +0.8 | −2.9 | +0.7 | +2.3 | + 0.6 | + 1.3 |
| 1883 | +2.3 | −0.2 | +0.9 | −12.8 | +0.9 | −3.1 | +0.2 | −3.8 | −13.5 | −13.7 |
| 1895 | +3.7 | −3.5 | +0.7 | −39.1 | +1.3 | −4.2 | +0.4 | −2.0 | − 1.9 | − 1.1 |
| 1898 | +3.6 | −0.2 | −1.7 | +49.5 | +1.4 | −4.5 | +1.1 | +4.9 | +14.0 | − 9.8 |
| 1904 | +4.5 | +0.8 | −1.0 | −18.8 | +1.5 | −5.1 | +4.0 | −4.0 | +22.4 | +10.3 |
| 1904 | +4.5 | +1.5 | −0.9 | −24.0 | +1.5 | −5.1 | +2.8 | −4.0 | +19.4 | +10.5 |
| 1906 | +2.6 | +1.3 | −1.1 | +33.2 | +1.6 | −5.2 | +3.2 | +4.1 | +25.7 | −18.8 |

Das Vorzeichen in den beiden Vertikalspalten 8 und 9 ist so gestellt, daß diese Größen zu den früher angegebenen Werten B — R addiert werden, von der »Rechnung« also subtrahiert werden müssen.

In den Spalten 10 und 11 sind die wegen der Störungen korrigierten Restfehler zusammengestellt. Für 1850–65 basieren sie auf den von mir abgeleiteten Normalörtern und Rechnungswerten.

## § 10. Schlußbemerkungen.

Die Betrachtung der zuletzt erhaltenen Widersprüche zeigt zunächst, daß eine Gesetzmäßigkeit in den $\Delta a' \cos \delta'$ zu stecken scheint. Die graphische Darstellung derselben liefert ein Bild, das nicht sehr unähnlich der vollausgezogenen Linie in der beigegebenen Figur ist. Die $\Delta \delta'$ sehen dagegen schon wegen des häufigen Vorzeichenwechsels regellos hinsichtlich des zeitlichen Verlaufs aus. Vergleicht man jedoch die $\Delta a' \cos \delta'$ mit dem Koeffizienten $A_1$ der Bedingungsgleichungen und die $\Delta \delta'$ mit $B_1$, so erkennt man leicht, daß die Widersprüche in beiden Koordinaten zum großen Teil einheitlichen Ursprungs sind, indem derselbe Fehler in der mittleren Anomalie sowohl das $\Delta a' \cos \delta'$ als auch das $\Delta \delta'$ erzeugt hat. Ich habe diese »Restfehler in $M$« in der Figur als Ordinaten aufgetragen und die Endpunkte derselben durch die vollausgezogenen Linien verbunden. Die Darstellung scheint mir zu beweisen, daß langperiodische Störungsglieder noch unberücksichtigt sind, deren genäherter Ausdruck sich nach graphischer Analyse zu

$$+14'' \sin (5{,}^\circ 6\, t + 113^\circ) + 5''{,}5 \sin (3{,}^\circ 8\, t + 322^\circ)$$

ergibt, wobei $t$ in Jahren von 1850 zu rechnen ist. Die alleinige Berücksichtigung des ersten Gliedes liefert den in der Figur gestrichelten, die Anbringung des ganzen Ausdrucks den strichpunktierten Linienzug.

Nach Anbringung dieser empirischen Störungsglieder bleiben zwar immer noch große Widersprüche übrig, aber dennoch ist eine nicht unwesentliche Verbesserung der Darstellung erzielt, wie aus der folgenden Zusammenstellung hervorgeht. Diese enthält zunächst die Beträge der beiden Störungen für die Zeiten der Normalörter (I u. II), sodann deren Wirkung auf den geoz. Ort ($\Delta a' \cos \delta'_{(I+II)}$, $\Delta \delta'_{(I+II)}$) und schließlich die nach Anbringung derselben noch verbleibenden Restfehler.

| | I | II | $\Delta a' \cos \delta'_{(I+II)}$ | $\Delta \delta'_{(I+II)}$ | $\Delta a' \cos \delta'$ | $\Delta \delta'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1850 | −12″3 | +3″3 | − 9″8 | −8″0 | +1″6 | −2″5 |
| 1852 | −11.4 | +2.9 | −12.9 | +8.9 | −4.6 | +3.1 |
| 1854 | − 9.1 | +2.1 | − 8.6 | −6.5 | +4.9 | −2.5 |
| 1856 | − 7.5 | +1.5 | −10.0 | +5.6 | −2.2 | +2.7 |
| 1857 | − 5.9 | +1.1 | − 6.2 | +1.8 | +1.3 | +1.5 |
| 1858 | − 4.4 | +0.7 | − 4.4 | −3.2 | +4.8 | +2.3 |

| | I | II | $\Delta\alpha' \cos\delta'_{(I+II)}$ | $\Delta\delta'_{(I+II)}$ | $\Delta\alpha' \cos\delta'$ | $\Delta\delta'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1860 | — 2″.5 | +0″.2 | — 4″.2 | + 1″.2 | — 4″.1 | —0″.3 |
| 1862 | + 1.0 | —0.8 | + 0.2 | + 0.2 | + 4.1 | +0.4 |
| 1864 | + 2.8 | —1.3 | + 1.0 | — 0.1 | —11.9 | +0.4 |
| 1865 | + 4.6 | —1.8 | + 3.6 | — 2.1 | — 5.8 | +5.6 |
| 1866 | + 6.2 | —2.2 | + 4.6 | + 2.5 | + 0.3 | —1.4 |
| 1867 | + 7.7 | —2.6 | + 9.7 | + 1.8 | +10.9 | —1.5 |
| 1869 | + 9.2 | —3.0 | + 8.1 | — 5.5 | — 1.8 | +4.6 |
| 1871 | +11.6 | —3.8 | +13.3 | + 6.4 | +11.5 | +4.4 |
| 1873 | +12.6 | —4.1 | +11.1 | — 8.5 | + 0.8 | +0.5 |
| 1875 | +13.7 | —4.7 | +14.0 | + 9.4 | + 5.3 | +0.4 |
| 1879 | +13.8 | —5.3 | +11.8 | + 8.2 | — 0.6 | —4.6 |
| 1881 | +13.3 | —5.4 | +11.8 | — 8.6 | +12.4 | —7.3 |
| 1883 | +11.8 | —5.5 | + 7.8 | + 5.9 | — 5.7 | —7.8 |
| 1895 | — 2.2 | —4.0 | — 7.1 | — 4.3 | — 9.0 | —5.4 |
| 1898 | — 5.7 | —3.2 | —11.0 | + 7.4 | + 3.0 | —2.4 |
| 1904 | —12.2 | —1.1 | —21.3 | —11.0 | + 1.1 | —0.7 |
| 1904 | —12.2 | —1.1 | —21.3 | —12.1 | — 1.9 | —1.6 |
| 1906 | —13.0 | —0.6 | —18.8 | +14.3 | + 6.9 | —4.5 |

Die Summe der Fehlerquadrate (ausgedehnt über alle Gleichungen, inkl. 1906) betrug bei Benutzung des Hansenschen Systems 56728″, durch die Ausgleichung geht diese herunter auf 4615″, und nach Anbringung der empirischen Glieder beträgt sie nur noch 1211″. Damit ergibt sich der mittlere Fehler eines Normalorts zu $\pm 5''.37$.

Die beigegebene Tafel zeigt, daß die angenommenen Perioden und Amplituden in den oben genannten empirischen Störungsgliedern der mittleren Anomalie etwas willkürlich sein müssen, d. h. weiteres Beobachtungsmaterial kann und wird sie höchstwahrscheinlich ändern. Man sieht, daß eine Parallelverschiebung der Zeitachse einer Änderung der mittleren Anomalie zur Epoche, eine Drehung der Zeitachse um den Anfangspunkt einer Änderung von $n$ äquivalent ist. Meiner Ausgleichung liegen nur die Normalörter bis 1904 zugrunde, die Hinzunahme des N. O. 1906 hätte eine Parallelverschiebung der Zeitachse nach oben und eine Drehung derselben um den Anfangspunkt gegen den Sinn des Uhrzeigers, also eine Vergrößerung von $M$ und von $n$ erforderlich gemacht. Es ist evident, daß weitere Ausgleichungen so lange zwecklos sind, bis die Perioden, wenigstens die des größeren Gliedes, durchlaufen sind. Dann erst bekommt die Zeitachse ihre definitive Lage, vorher kann die Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werte der Unbekannten nicht liefern, sie gibt ihren Prinzipien gemäß dieselben so, daß die Widersprüche gegen das herangezogene Beobachtungsmaterial in ihrer Quadratsumme ein Minimum werden. Damit hat man die wahrscheinlichsten Elementen-Korrektionen nur, wenn man voraussetzen kann, daß die zugrundeliegende Theorie vollständig ist.

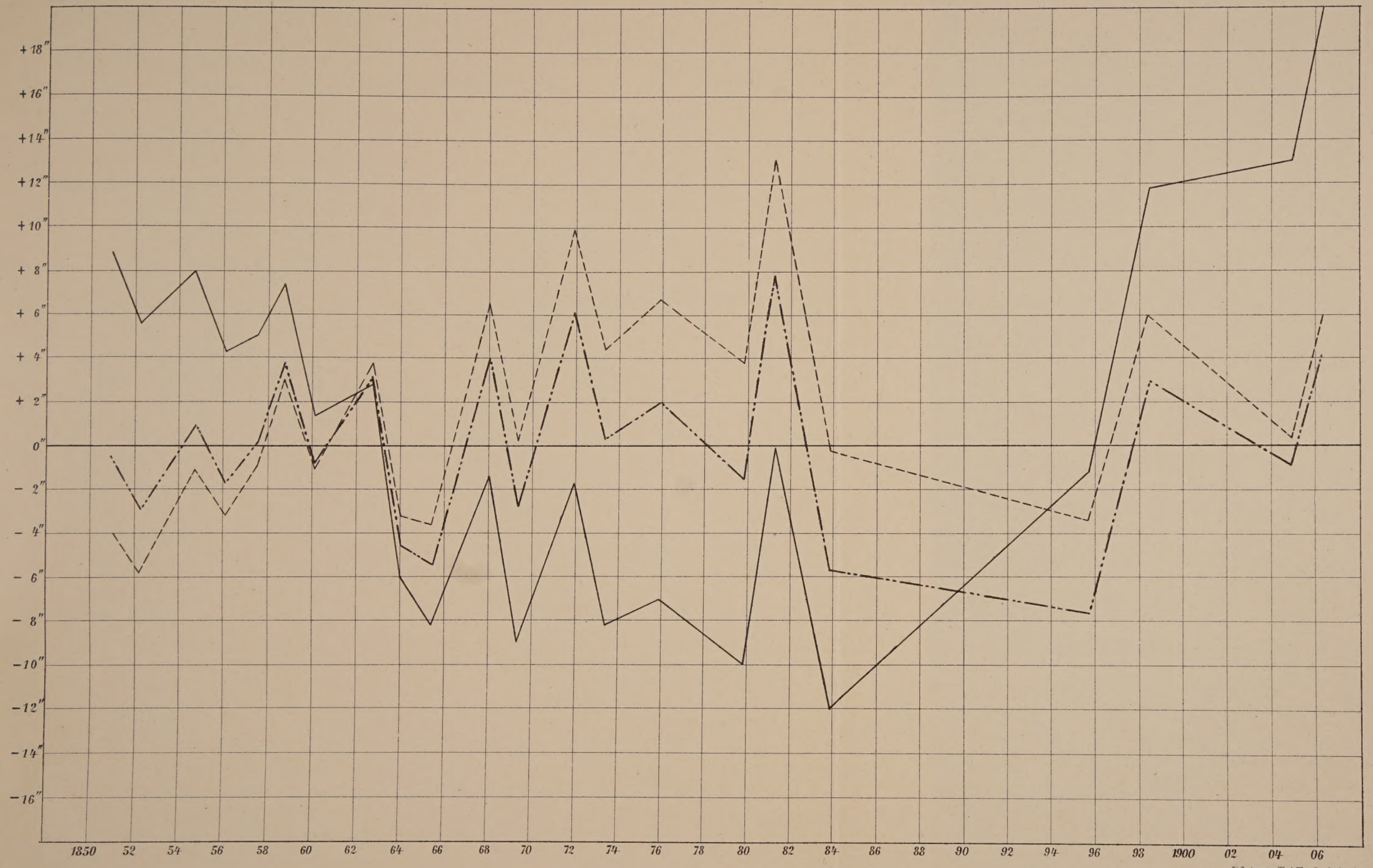
Die Tafel zeigt übrigens als Konsequenz des vorigen, wie es Hansen gelingen konnte, die Beobachtungen 1850–65 darzustellen; denn die empirischen Ungleichheiten haben während dieses Zeitraums einen nahezu geradlinigen Verlauf. Zugleich sieht man, wie diese Ausgleichung nach 1875 zu immer größer werdenden Widersprüchen führen mußte.

Die schließlich verbleibenden Restfehler zeigen noch eine Variabilität, deren Periode die Umlaufszeit der Egeria (4.2 Jahre) zu sein scheint, während die Amplitude eine Zunahme mit der Zeit zeigt. Daraus geht hervor, daß die Störungsglieder $a_1 \sin\varepsilon$, $a_2 \cos\varepsilon$ und $b_1 t \sin\varepsilon$, $b_2 t \cos\varepsilon$ in ihren Koeffizienten noch einer Verbesserung bedürftig sind, die man durch die Ausgleichung hätte bestimmen können. Aber auch hiermit wird man besser warten, bis die großen empirischen Ungleichheiten ihrer Gestalt nach festgelegt sind, wenn man nicht vorziehen sollte, auf theoretischem Wege, vor allem auch durch Revision der Hansenschen Störungsrechnung und Tabulierungen, den mechanischen Grund und den analytischen Ausdruck der die verbleibenden Fehler verursachenden Störungen anzugeben. Damit würde man auch die Korrektionen der Störungen im Radiusvektor und der dritten Koordinate erhalten, die hier, als weniger wirksam als die in der mittleren Anomalie, gar nicht zur Diskussion herangezogen sind.

## § 11. Druckfehler in Hansens Egeria-Tafeln.

| Seite | Stelle | Statt: | ist zu lesen: |
|---|---|---|---|
| 396 | Zeile 2 von oben | $\Theta = 12° \cdots$ | $\Theta = 18° \cdots$ |
| 403 | » 18 » » | $-0''.13 \cos(29 - g''')$ | $-0''.13 \cos(2g - g''')$ |
| 426 | Beispiel: Störungen in $r$, Tafeln mit dopp. Eingang | Tafel 27 · · · Arg. VI | Tafel 27 · · · Arg. II |
| » | » Tafel 48 · · · $4^d.5$ | 1°07343 | 1°07243 |
| » | » Übertragung von $nz$ falsch | 288.0727 | 238.0727 |
| » | » Tafel 49, Mittelpunktsgleichung | —7°89251 | —7°98251 |

| Seite | Stelle | Statt: | ist zu lesen: |
|---|---|---|---|
| 485 | Arg. 1 für 1867 | 278.367 | 278.327 |
| » | » $C$ » 1864 | 352° 56′ | 352° 53′ |
| » | » 1 » 1888 | 209.593 | 309.593 |
| » | » 5 » 1860 | 249.454 | 299.454 |
| 487 | » 5 » 5.0 Tage | 0?852 | 0?862 |
| 489 | Verbesserung $A$, Arg. = 150.0 | 5° 10′.0 | 3° 10′.0 |
| 494 | Jährl. Änderung von $P$, Arg. = 240 | 0.552 | 0.252 |
| 497 | log $p$, Arg. = 14 | 2.7178 | 2.7188 |
| 512 | Horiz.-Arg. = 7, Vertik.-Arg. = 310 | 206 | 256 |
| 522 | Tafel 21, log $p$, Arg. = 112 | 2.076 | 2.086 |
| 529 | » 28, Horiz.-Arg. = 23, Vertik.-Arg. = 380 | 90 | 20 |
| 533 | » 31, Arg. = 48, $P$ | 056° | 256° |
| 536 | » 33, » = 236, $P$ | 323.5 | 223.5 |
| » | » 34, » = 232, $P$ | 234.5 | 334.5 |
| 538 | Arg. 161 | 22.650 | 32.650 |
| 549 | Tafel 44, $\varpi + \eta$ für 1853 | 103.79699 | 103.79729 |
| » | » 44, $\xi$ » 1874 | −600.6 | −601.6 |
| 555 | » 49, Arg. = 140?0 | 5?97970 | 5?90970 |




Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig.

# Inhaltsverzeichnis.


Seite

Einleitung . . . . . 1

§ 1. Verzeichnis der Vergleichsterne . . . . . 2

§ 2. Übersicht über die Beobachtungen und Normalortbildung . . . . . 3

§ 3. Die Ableitung der verbesserten Elemente . . . . . 11

§ 4. Revision der von Hansen übernommenen Gleichungen . . . . . 14

§ 5. Weitere Beobachtungen der Erscheinung 1904 . . . . . 15

§ 6. Beobachtungen während der Opposition 1906 . . . . . 16

§ 7. Absolute Störungen der Egeria durch die von Hansen nicht berücksichtigten großen Planeten 19

§ 8. Zusammenstellung sämtlicher noch anzubringenden Störungen . . . . . 26

§ 9. Einfluß dieser Störungen auf den geozentrischen Ort . . . . . 26

§ 10. Schlußbemerkungen . . . . . 28

§ 11. Druckfehler in Hansens Egeria-Tafeln. . . . . 29

# Lebenslauf.

Ich, **Joseph Heinrich Hoelling**, katholischen Glaubens, wurde am 5. Januar 1877 in Weitmar (Kreis Bochum) als Sohn des Bergwerksbeamten Heinrich Hoelling geboren.

Ich besuchte die Gymnasien in Münstereifel und Bochum; das letztere verließ ich mit dem Zeugnis der Reife für die Prima. Ich wandte mich dann dem Landmesserberufe zu, den ich nach bestandenem Staatsexamen drei Jahre hindurch in Lübeck und Hamburg praktisch ausübte. Im Jahre 1902 machte ich als Extraneer das Abiturientenexamen am Gymnasium in Altona und bezog dann die hiesige Universität, an der ich mathematische, physikalische, geodätische und astronomische Vorlesungen hörte. Den Herren Dozenten sage ich meinen aufrichtigsten Dank. Ganz besonders verpflichtet fühle ich mich den Herren Professoren Bauschinger, Foerster, Helmert, Planck und Struve.

Die Promotionsprüfung bestand ich am 31. Juli 1906.

Seit dem 1. Juli 1905 bin ich als Assistent an der hiesigen Kgl. Sternwarte beschäftigt.